ORSAY
Série A. N°
N° D'ordre
180

T H E S E

présentée

A L'U N I V E R S I T E DE P A R I S - S U D

C E N T R E D'O R S A Y

Pour obtenir le titre de Docteur-Ingénieur

par

York-Chun L E U N G

lère THESE : L'OS EST UN MATERIAU PRECONTRAINT NATUREL COMME " LE BETON ARME PRECONTRAINT".

Soutenue le 23 novembre 1971, devant la Commission d'Examen

MM. R. MAZET Président
R. SIESTRUNCK
P. MAURER Examinateurs.

T H E S E

présentée

A L'U N I V E R S I T E DE P A R I S - S U D

C E N T R E D'O R S A Y

Pour obtenir le titre de Docteur-Ingénieur

par

York-Chun L E U N G

1ère THESE : L'OS EST UN MATERIAU PRECONTRAINT NATUREL COMME " LE BETON ARME PRECONTRAINT".

Soutenue le 23 novembre 1971, devant la Commission d'Examen

MM. R. MAZET Président
R. SIESTRUNCK
P. MAURER Examinateurs.

UNIV.
LEIDEN
BIBL.

" L'océan des connaissances est sans limites. Seul un travail assidu permet d'aborder ses rivages ".

- Un proverbe chinois -

A ma Mère.

Je remercie très sincèrement Monsieur le Professeur R. MAZET, de la Faculté des Sciences d'Orsay, d'avoir bien voulu présider le Jury de ma thèse

Monsieur le Professeur R. SIESTRUNCK, de la Faculté des Sciences de PARIS et, Monsieur le Professeur P. MAURER, de la Faculté de Médecine de Paris, (Hopital Cochin), que je remercie, vivement d'avoir été les examinateurs du Jury de ma thèse.

Je remercie Monsieur A. RIGOLOT, qui m'a aidé dans mon travail.

Je remercie aussi, Monsieur C. GALHARAGUE, pour son aide dans mes expériences au Laboratoire de Mécanique des Solides, de la Faculté des Sciences d'Orsay.

Je remercie également, Messieurs J. H. AUBRIOT et L. SEDEL, Docteur à l'Hopital Cochin, qui m'ont donné quelques conseils et leur coopération sur les expériences de la Biomécanique et Engineering Biomédical.

L'os est un matériau précontraint naturel

comme le "Béton Armé Précontraint"

RESUME

Une courbe "Contrainte en compression-Localisation" a éta trouvée dans cette expérience pour le tibia humain. Sa forme est analogue à une "Trajectoire" .

La contrainte de rupture est une fonction de la locaisation du tibia. Une équation a été trouvée, qui détermine leur relation. Cette contrainte est aussi une fonction du temps de précontrainte.

Un modèle "Béton Armé Précontraint" a été considéré pour expliquer la structure intrinsèque et les propriétés mécaniques de l'os.

L'os possède une propriété de "Matériau Mixte" du béton armé et également une propriété de "Contrainte Permanente" du béton précontraint. Ces propriétés sont confirmées par les calculs mécaniques.

Digitized by the Internet Archive
in 2026

https://archive.org/details/IA41550026_0018

T A B L E DES M A T I E R E S

I. Introduction 1

II. La constitution intrinsèque de l'os 3
II. 1. Les substances fondamentales de l'os 3
II. 2. Structure des fibrilles collagènes 4
II. 3. Substance cimenteuse 7
II. 4. Structure du cristal d'apatite 8
II. 5. Composition chimique de l'os 11

III. Propriétés mécaniques de l'os 14
III. 1. Etude des propriétés mécaniques de l'os 14
III. 2. Discussion de quelques problèmes mécanique de l'os .. 25
III. 2. 1. La résistance à la tension et à la compression est en rapport avec la teneur en cendre de l'os..... 25
III. 2. 2. La résistance mécanique est relation à l'orientation du collagène 28
III. 2. 3. La résistance mécanique de l'os est fonction de la proportion de collagène et d'apatite 29

IV. Etude de théorie 33
IV. 1. Théorie de KNESE 33
IV. 2. Théorie de CURREY 34

V. Vérification de la précontrainte dans l'anatomie et la Physiologie de l'os. 38
V. 1. Observation de collagène tendu dans une expérience d'anatomie 38

V. 2. Croissance de l'os 40
V. 3. Quelles sont les forces qui provoquent la précontrainte dans l'os ?..... 43

VI. CCalcul de la construction mécanique de l'os 49
VI. 1. Etudes sur le béton armé 49
VI. 2. Etudes sur le béton précontraint 51
VI. 3. Calculs montrant que l'os est un matériau précontraint analogue au Béton Armé Précontraint 55
VI. 3. 1. Définition du Béton Armé Précontraint .. pour l'os..... 55
VI. 3. 2. La précontrainte du collagène et de l'apatite 56
VI. 3. 3. Calcul de l'adhérence entre apatite et collagène dans l'os 60
VI. 3. 4. Moment fléchissant..... 62

VII. Conclusion 67

Bibliographie 69

I. INTRODUCTION

En 1958, le Professeur Dr. KNESE a évoqué dans sa théorie que les collagènes sont précontraints dans l'os. Il signala dans son livre (1958) que les fibrilles collagènes sont déjà tendues dans l'os, sans forces extérieures. Ceci prouve qu'il existe dans l'os une resistance appelée en technologie "Béton Précontraint" avec un tel traitement mécanique. Il a écrit : "Daraus Kann geschlossen werden, daß die Kollagenfaser bereits ohne Belastung angespannt ist. Derartige Verhältnisse gewinnen in der Technik als sogenannter 'vorgespannter Beton' (Spannbeton) immer mehr Bedeutung".

Il expliquait notamment que la précontrainte était en relation avec la fibrille collagène et le cristal apatite. La fibrille collagène, mentionnait-il, est entourée par le cristal apatite, une substance inorganique servant de support de précontrainte. La fibrille collagène est tendue alors que le cristal apatite est comprimé. Ces deux éléments ont une telle inter-action dans l'os que celui-ci devient un matériau de génie-civil aussi bon que le béton précontraint. KNESE disait : "Die Umlagerung der Kollagenfasern mit einem Mantel aus anorganischer Substanz würde dann den Vorspann aufrechterhalten" et "Gemeinsam ist beiden, daß die Verbundpartner materialgerecht beansprucht werden, im Knochen die Kollagenfasern auf Zug, die Kristalle auf Druck. Als ein Vorzug des Spannbetons wird angesehen, daß durch die materialgerechte Anwendung der Grundstoffe eine sehr wirthschaftliche Bauweise zustandekommt".

Après l'apparition de la théorie de KNESE, pendant longtemps, aucune réflexion ne fut portée sur le sujet de cette théorie qui est une théorie d'ordre mécanique, concernant la structure intrinsèque de l'os.

Jusqu'en 1964, où CURREY a supposé que l'os était un matériau à deux-phases, comme la fibrille de verre, laquelle était également mentionnée dans son article (1962). Dans l'os, les apatites et les collagènes jouent respectivement le même rôle que les fibrilles et les résines epoxy dans la fibre de verre. Ce matériau à deux phases possède un module d'élasticité intermédiaire à ceux des composants, mais possède une résistance plus élevée que celle de l'un ou de l'autre des composants quand ceux-ci sont testés séparément. Il a montré que l'os n'est ni matériau composé tel que le béton armé, ni un matériau précontraint.

Il disait : "It seems that the hypothesis that bone is prestressed does not provide an answer to the problem of the peculiar of bone. There seems to be non convincing evidence that bone is prestressed".

Il s'opposa donc à l'hypothèse de KNESE qui supposait que l'os est un matériau précontraint, avec les arguments suivants :

1) Il n'y a aucune preuve certaine qui prouve que l'os est précontraint.

2) Il est difficile de voir comment la très importante précontrainte initiale pouvait s'y appliquer.

3) Une précontrainte capable d'augmenter la résistance apparente à la tension qui suppose que pendant la compression, l'apatite est soumise à une charge plus importante qu'il ne pourrait probablement

supporter.

Pour l'instant, il y a trois théories qui expliquent la structure intrinsèque et mécanique de l'os.

1) Pour KNESE, l'os est un matériau précontraint.

2) Pour CURREY, l'os est un matériau à deux-phases.

3) L'os est une barre composée tel que le béton armé; un certain nombre de spécialistes comparent seulement le collagène et l'apatite dans l'os à respectivement, l'acier et le béton dans le béton armé. Personne n'a encore considéré cette position.

Il y a 60 ans, le chercheur Allemand, W. Gbhardt développa une théorie pour expliquer la relation qui existe entre la structure et les propriétés mécaniques de l'os ; il trouva sa théorie sur des modèles métalliques microscopiques où le collagène et l'apatite de l'os étaient représentées par des fils d'acier (Ascenzi A. et Bonucci E. 1968).

Au cours de ces dernières années, un grand nombre de recherches ont été faites sur les relations entre les propriétés mécaniques de l'os et respectivement la teneur en cendre de l'os, l'orientation du collagène et la proportion collagène/apatite.

Les propriétés mécaniques et les phénomènes étaient découverts. Malheureusement la plupart des réponses étaient inconnues. En premier lieu, il est nécessaire de trouver et de développer une théorie complète sur la structure mécanique de l'os.

Plus récemment, à partir de l'hypothèse de KNESE admettant que le collagène est précontraint dans l'os, cette thèse essaie de prouver que l'os est un matériau précontraint naturel analogue au "BÉTON ARMÉ PRÉCONTRAINT" dans la mécanique et dans la physiologie de l'os, aussi bien dans l'anatomie de l'os.

L'os n'a pas seulement une propriété de "Matériau Mixte" qu'on trouve dans le béton armé, il a aussi une propriété de "Contrainte Permanente" qu'on trouve dans le béton précontraint. C'est pourquoi il est nécessaire de définir le "BETON ARME PRECONTRAINT" appliqué à la structure intrinsèque de l'os.

II. LA CONSTITUTION INTRINSEQUE DE L'OS

II. I. LES SUBSTANCES FONDAMENTALES DE l'OS.

Au cours de ces dernières années, un grand nombre de spécialistes (Robin R. A. et Watson M. L., 1952 ; Robinson R. A., 1952 ; Robinson R. A. et Watson M. L., 1955 ; Carlsröm D. et Engström A., 1961 ; Rouiller C., 1961 ; West E. S. et autres, 1966; Frost H. M., 1967) ont prouvé que l'os est constitué de matières organiques et de matières inorganiques ; les matières organiques sont composées des fibrilles collagènes et de substances cimenteuses. Les matières inorganiques se composent d'hydroxy-apatite, mise en évidence à la lumière polarisée, par diffraction du Rayon X et à l'aide du microscope électronique.

Dans le tissu osseux, les fibrilles collagènes sont enrobées dans une enveloppe constituée de substances cimenteuses et d'hydroxyapatites. Les fibrilles sont à la fois enveloppées par ces deux composants, le degré de contact variant d'[illegible] à l'autre et selon l'age et l'espèce (Rouiller C., 1961 ; F[illegible] H. M., 1967).

Ces composants forment ensemble une merveilleuse construction d'un niveau ultrastructurel, une construction qui posséde de remarquables propriétés mécaniques. Les composants structurels de base de tout type d'os apparaissent donc être le collagène et l'apatite. Le collagène possède les mêmes caractéristiques essentielles et structurelles dans tous les systèmes (Carlström D. et Engström A, 1961).

En 1952, Robinson R. A. et Watson M. L. ont remarqué que, dans la section longitudinale d'un os décalcifié, la plupart des collagènes étaient disposés en fibrilles sommairement parallèles. La largeur d'une fibrille étaient d'environ 800 Å. Certains groupement de fibrilles s'orientaient obliquement et perpendiculairement à la direction principale. Ils ont observé dans des sections d'os décalcifié que celui-ci était certainement constitué de cristaux inorganiques. L'axe C de la cellule unité était en moyenne parallèle à l'axe du collagène. La distance entre deux fibrilles se situait de 400 Å à 500 Å. Ils ont remarqué en outre que, dans la section d'os décalcifié, les groupes de cristaux dépassaient souvent : de plusieurs fois la largeur d'une fibrille. On a supposé l'existence d'une organisation de substance cimenteuse par la structure même du collagène, de manière à provoquer la formation de cristaux dans une zone déterminée.

Robinson R. A. (1952) a découvert avec succès directement

sur les cristaux d'hydroxyapatite de l'os, qu'ils sont alignés autour des fibrilles collagènes, sans une décalcification préalable sur les tissus d'os. La propriété dominante de l'os, sa rigidité, est sans doute due à l'assemblage d'hydroxyde calcium et de cristaux de phosphate. Cet assemblage de modèles spécifiques est réalisé à l'aide de substances cimenteuses. On sait que les fibrilles collagènes donnent à l'os une propriété d'élasticité et on pense qu'elles doivent constituer la charpente sur laquelle les cristaux se déposent. Le modèle organique d'un os rachitique est détruit facilement par des forces de compression. C'est là un défaut du support des cristaux inorganiques. L'auteur fit remarquer que les fibrilles sont conçus de manière à agir comme des tenseurs. A partir du moment où les propriétés élastiques de ces fibrilles sont connues, ces mêmes propriétés devraient ramener l'os à sa forme initiale après une petites déformation. Les fibrilles collagènes et les substances cimenteuses opposent ensemble une résistance aux efforts tranchants.

L'os renferme de l'eau pour environ un peu plus de 20%. Une partie de cette eau se trouve dans les cellules et une autre partie dans les substances cimenteuses et dans les fibrilles collagènes. Seulement une partie infime est contenue dans les cristaux inorganiques (Robinson R. A., 1952).

Diverses analyses de l'os ont été faites par RObinson R. A. (1952) avec en général une approximation. Les données sont inscrites d'une manière simplifiée dans le Tableau I (page 5)

II. 2. STRUCTURE DES FIBRILLES COLLAGENES.

Le tissu de l'os déshydraté contient environ un tiers de matière organique (Carlström D. Engström A., 1961 ; West E. S., 1966), dont la moitié est composée de Collagène (Carlström D. et Engström A, 1961). Mais Frost H. M. (1967) suggéra que dans la partie organique, le poids des fibrilles collagènes était de l'ordre de 95% et celui des substances cimenteuses de l'ordre de 5%. Pour d'autres experts l'os comprend 30% de substance organique, 45% de substance minérale et 25% d'eau (Lichtwitz A. et Partier R., 1964) : 25% de substance organique, 75% de substance minérale dans l'os désséché, 90% à 95% de collagène dans la matière organique (Rogers H. J. et autres, 1952 ; Schaira C., 1970). Le collagène constitue 48% dans le volume d'un os desséché alors que l'apatite est de 41% (Bonfield W. et Li. C. H., 1967).

TABLEAU I

Composants	Divisions partielles	Epiphyse						Diaphyse		
		Os jeune			Os vieux					
		Wgt. (gm.)	Vol. (cc)	Gra. Spec.	Wgt. (gm.)	Vol. (cc)	Gra. Spec.	Wgt. (gm.)	Vol. (cc)	Gra. Spec.
Inorganique	1. Cristallin	37.5	I2.1	3.0	43.7	I4.I	3.0	46.5	I5.0	3.0
	2. Non-Cristallin	3.3	I.7	I.9	2.9	I.5	I.7	3.5	I.7	2.0
Poids en cendre pour 100gm d'os frais		40.8	I3.8	2.9	46.6	I5.6	2.9	50.0	I6.7	2.9
Organique	1. Cristallin Fibrilles Collagènes	23.0			25.0			30.0		
	2. Non cristallin	6.2			8.4			5.0		
Poids organique		29.2	I6.7	I.7	33.4	I8.9	I.7	35.0	20.0	I.7
Poids organique + Poids cendre = poids os désséché		70.0	30.5		80.0	34.5		85.0	36.7	
Eau		30.0	30.0	I.0	20.0	20.0	I.0	I5.0	I5.0	I.0
Total : 100gm. d'os frais hydraté sans moelle		I00	60.5	I.6	I00	54.5	I.8	I00	5I.7	I.9
$\frac{\text{Poids cendre}}{\text{poids d'os à sec}} = 58.3\%$ avec l'intervalle normal de 54.5 à 62.1%		$\frac{40.8}{70} = 58.3\%$			$\frac{46.6}{80} = 58.3\%$			$\frac{50.0}{85} = 58.8\%$		

Robinson R. A. et Watson M. L. (1952), quant à eux, concluèrent que bien plus de la moitié du volume de la matière organique de l'os était occupée par le collagène. Un tel pourcentage était admis Currey J. D. (1964a).

Les fibrilles collagènes se montrent constituées d'une série d'anneaux, à périodicité régulier. La périodicité entre deux anneaux qui était mesuré sur du matériau desséché, variait considérablement d'une fibrille à l'autre, de 400 Å à 1000Å avec une moyenne de 640 Å (Schmitt F. O. et d'autres, 1942 ; Robinson R. A. et Waston M. L., 1955 ; Rouiller C., 1961 ; Lichtwitz A. et Partier R., 1964). Un rapport, où la périodicité moyenne était exposé par Huber L. et Rouiller C. (1951).

La largeur d'une fibrille collagène varie uniformément de 500 Å 1000 Å (Robinson R. A., 1952). Une valeur moyenne de 800 Å était déterminée pour laquelle (Robinson R. A. et Watson M. L. 1952 ; LIchtwitz A. et Partier R., 1964). Dans leur rapport en 1951, Huber L. et Rouiller C. ont montré que le diamètre d'une fibrille collagène était de 1000 Å pour un os d'adulte et de 700 Å pour un os d'enfant.

Dans leurs études au moyen de la diffraction du Rayon X, Lichtwitz A. et Partier R. (1964) ont indiqué que la longueur du collagène est indéfinie, mais présente strie plus sombre (noeud) dont ils mesurèrent les périodicités entre deux noeuds. Ils obtinrent le schéma suivant (Fig. 1) :

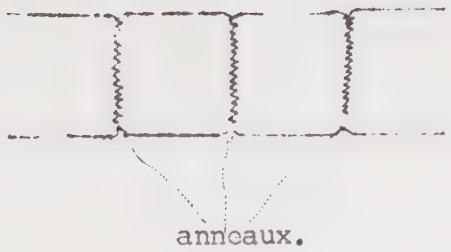


Fig. 1. La fibrille collagène et ses anneaux.

Robinson R. A. et Watson M. L. (1955) attachèrent plus d'importance dans le détail de la structure du collagène. Ils montrèrent que quelques composants inorganiques se trouvent à l'intérieur des fibrilles collagènes autour des groupements de fibrilles aussi bien que sur la périphérie et dans les zones inter-fibres.

Un schéma de la structure du collagène était représenté suivant la Fig. 2, qui indique proprement la relation existante entre les groupements de fibrilles et les protofibrilles dans le collagène examiné au microscope électronique, sur le modèle de Barss.

Fig. 2. Schéma de la structure du Collagène.

Boedtker H. et Doty P. (1955) étudièrent plus précisément la structure du collagène au microscope électronique. Ils ont trouvé que les différentes formes des fibrilles collagènes possèdent une unité de construction identique de la taille d'une macromolécule, et ils conclurent dans une démonstration manifeste que ces unités sont des parcelles rigides ayant la forme de baguette et une répartition très serrée, dont les caractéristiques approximatives sont : diamètre : 14 Å, longueur = 2900 Å, masse moléculaire = 300,000.

La densité du collagène se situait entre 1.3 et 1.35 g/cm (Carrett R. R. et Flory P. J., 1956 ; Flory P. J. et Spurr D. K., 1961 ; Yonath J. et Oplatka A., 1968). Le module de Young, qui était pour les fibrilles collagènes de $2 \times 10^4 kg/cm^2$, a été déterminé par Flory P. J. et Spurr D. K. en 1961. La valeur a été suivant : 0.2×10^6 psi (1.4×10^4 kg/cm^2) était admise par Ascenzi A. et Bonucci E. (1967) alors que pour Currey J. D. (1964a), elle était de 0.18×10^6 psi (1.26×10^4 kg/cm^2). Une masse moléculaire du collagène de 300,000 fut récemment trouvée par Nold J. G. et Kang A. H. en 1970.

II. 3. SUBSTANCE CIMENTEUSE.

La substance cimenteuse de l'os est probablement différente des autres tissus conjonctifs. Cette différence n'est pas encore de nos jours directement visible au microscope électronique. Des histologistes ont remarqué à l'aide d'un colorant specifique de la substance cimenteuse

en calcification, utilisant des techniques spécialement appliquées à la chimo-histologie. Une substance cimenteuse caractéristique justifie manifestement la calcification de l'os (Robinson R. A., 1952).

La substance cimenteuse semble servir de tampon colloïdal entre les cristaux qui permettent de petites déformations plastiques, les fibrilles collagènes sont enrobées par des substances cimenteuses avec les cristaux (Robinson R. A., 1952 ; Huber L. et Rouiller C., 1951).

La substance cimenteuse est un mucopolysaccharide extrêmement complexe et se présente sous la forme de colloïde visqueux qui agit comme une résine d'échange pour le transfert d'ions entre cristaux inorganiques d'os et le liquide périvasculaire extracellulaire. Elle est également présente dans cette matrice amorphe, un grand pourcentage, du sodium, du carbonate et du magnésium, éléments que l'on trouve dans le corps humain.

La substance cimenteuse peut avoir plusieurs fonctions, parmi lesquelles stimuler la déposition des cristaux de l'os, fixer leur dimension, les assembler en bloc, déterminer le taux d'ions de calcium et de phosphore échangés les cristaux et le liquide du corps.

La substance cimenteuse contient des protéines (35%) composées de mucopolysaccharides, de carbonate, de sulfate et de chlorures (Robinson R. A., 1952).

II.-4. STRUCTURE DU CRISTAL D'APATITE.

Robinson R. A. (1952) a étudié la structure du cristal d'apatite de l'os à l'aide du microscope électronique. Les cristaux sont représentés comme des solides rectangulaires en forme de tableau avec masse spécifique de 3.0. La longueur de l'axe C d'une cellule-unité d'un cristal est de 6.88 Å.

Les dimensions moyennes du cristal d'un os humain sont de l'ordre de 500 x 250 x 100 Angström (1 Å = 10^{-8} cm). Un gramme d'un tel cristal d'après des calculs, occuperait une surface de 102 m^2. De très petits cristaux de 200 à 300 Å de longueur, et 20 Å d'épaisseur ont été observés (Robinson R. A. et Watson M. L. 1955).

Le composant inorganique de l'os est en grande partie cristallin et non amorphe. La phase cristalline du composant inorganique de l'os est connue sous le nom d'hydroxyapatite. A partir de modèles identiques, des physiciens ont étudié la disposition des atomes de calcium

de phosphore, d'oxygène et d'hydrogène, les uns par rapport aux autres dans les cristaux d'os. De telles structures sont reproduites ci-dessous (Fig. 3), à partir du rapport de Robinson R. A., (1952).

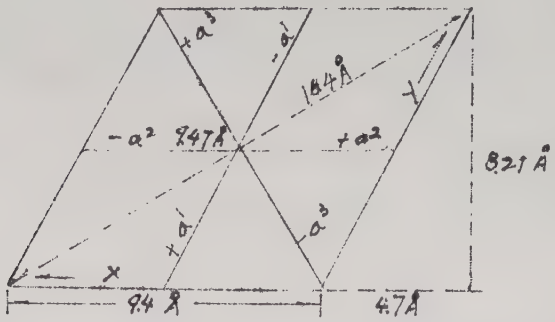


Fig. 3a Une des deux surfaces quadrilatères d'une cellule-unité.

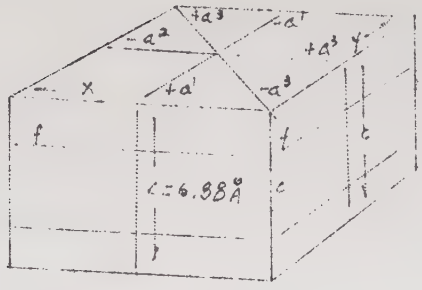


Fig. 3b Vue en perspective d'une cellule-unité.

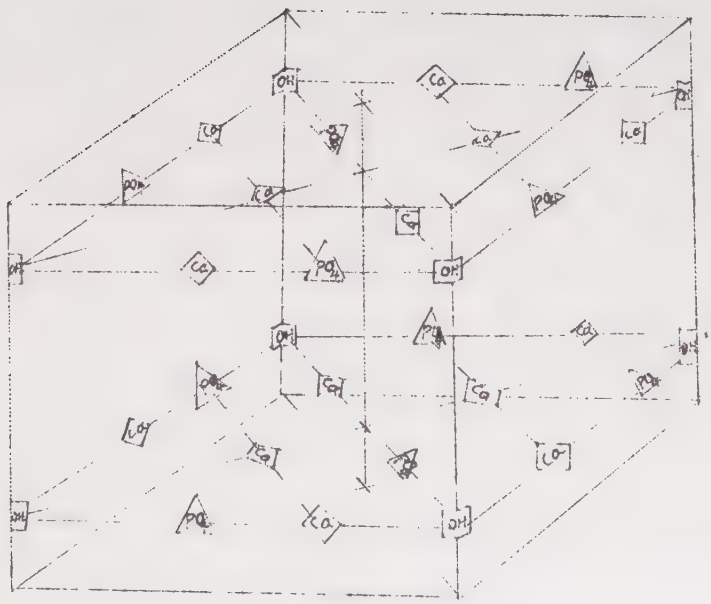


Fig. 3c Un grossissement de la Fig. 3b montrant la disposition générale des groupes de Ca, de OH, de PO_4, qui posent une cellule-unité d'hydroxyapatite.

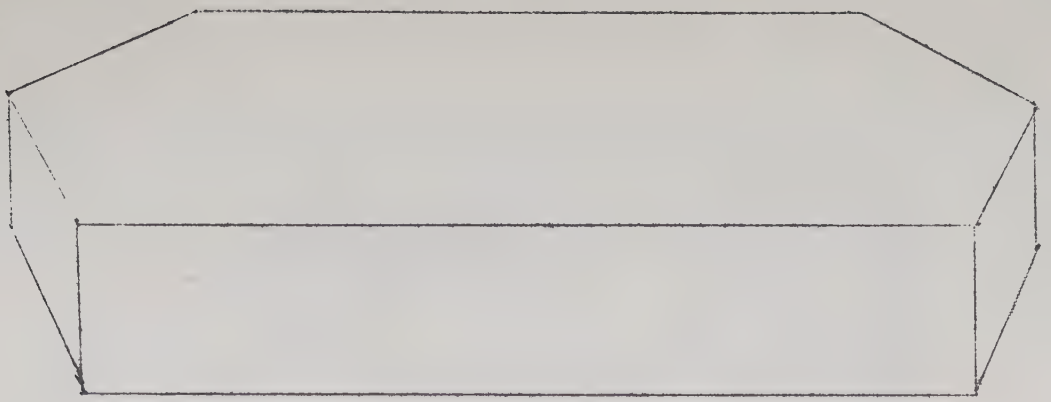


Fig. 3d. Un cristal d'hydroxyapatite de l'os vu en perspective.

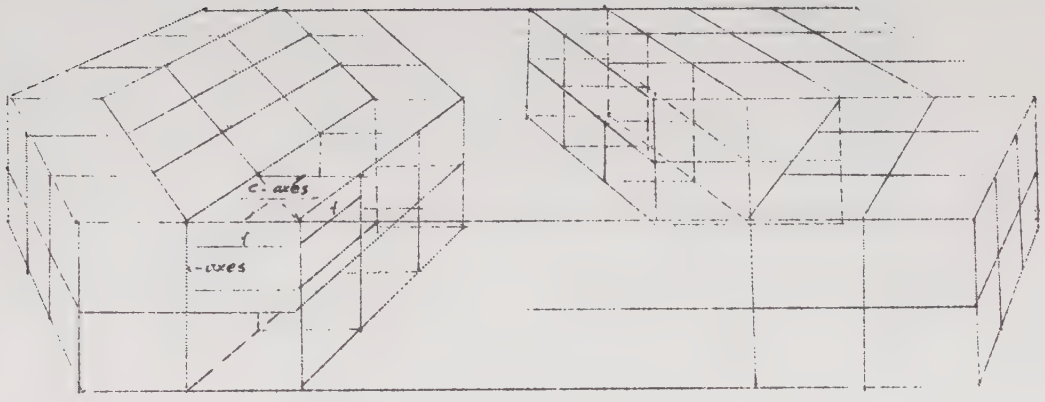


Fig. 3e. Une coupe arbitraire du cristal disposé en tableau de la Fig. 3d à l'intérieur d'une division de la cellule-unité.

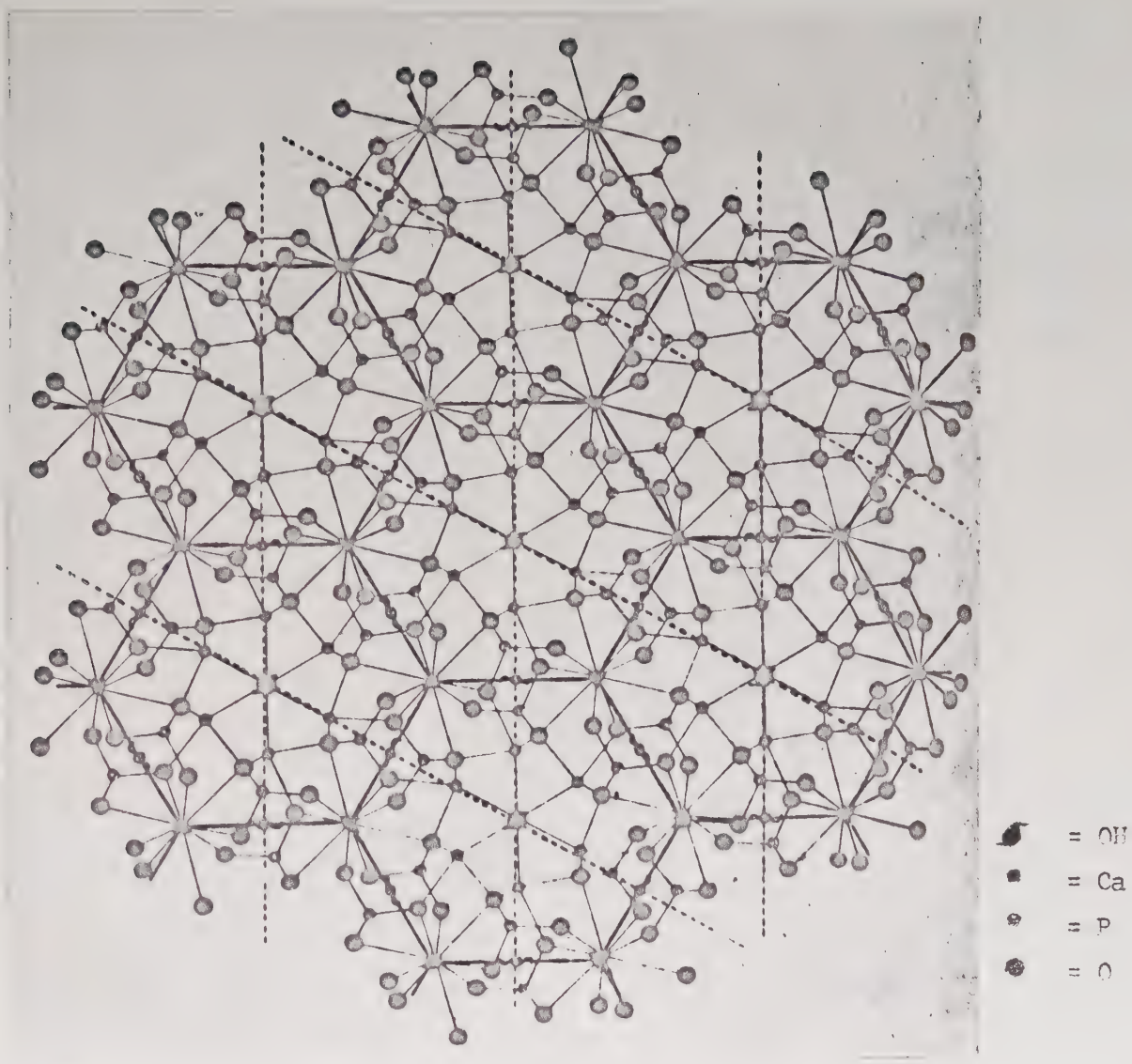


Fig. 3f. Les liaisons atomiques de l'apatite

II. 5. COMPOSITION CHIMIQUE DE L'OS.

Du point de vue chimique, les os sont composés de constituants organiques et de constituant inorganiques, les derniers représentent la plus grande quantité ; les principaux ions étant le calcium et le phosphate ; les ions d'hydroxyle et de bicarbonate sont moins importants tandis que les ions de magnésium, de sodium, de potassium et de fluorure sont des microconstituants. La plupart des analyses montrent qu'une grande partie de cette matière inorganique possède la structure de base générale des cristaux d'hydroxyapatite (Robinson R. A., 1952 ; Dixon T. F. et Perkins

H. R., 1961). Les formules chimiques ainsi trouvées sont :

$$3\ Ca_3\ (PO_4)_2 \cdot Ca\ (OH)_2 \quad \text{ou} \quad 3\ Ca_3\ (PO_4)_2 \cdot 2\ H_2O$$

(Dixon T. F. et Perkins H. R., 1961).

La protéine des fibrilles collagènes est le principal constituant organique du tissu d'os. De nombreux modèles ont été tentés pour reconstruire la chaine polypeptide du collagène (Rouiller C., 1961) dont les principales caractéristiques chimiques sont les suivantes (Lichtwitz A. et Partier R., 1964) :

Proline	30
Hydroxyproline	30
Glycine	25
Tyrosine, Méthiomine	15
	100%

Une analyse chimique a été réalisée en vue de déterminer à partir des pattes de rat le pourcentage de calcuim et de phosphore. Cela varie entre 34. 9 et 46. 6% et P se situe entre 18. 1 et 2I. 0 % on obtient donc le rapport suivant : Ca/P = 2 (McElhqnev J. H et Stalnacer R., 1968). Les diverses quantités de cendres prélevées de l'os de rat renfermaient la même proportion de Ca et P (Bell G. H. et d'autres, 1947 ; Weir J. B. de V et d'autres, 1949 ; Macconaill M. A., 1949).

Une analyse d'un os cortical de bovin indiqua une proportion de 24. 27% de Ca et 12.5 % de P, le rapport Ca/P est également de l'ordre de 2 (West E. S. et d'autres, 1966).

Le même rapport a été déterminé pour l'os humain par Robinson R. A. (1952).

Lorsque l'os est fortement chauffé, les matières organiques sont brûlées et les 60 à 70% de cendre d'os qui restent représentent la matière inorganique (West E. S. et d'autres, 1966).

Robinson R. A. (1952) obtint une formule simplifiée :

Poids matière organique + Poids cendre = Poids os sec

(2 - 5 - 1)

Eastoe T. E. et Eastoe B. (1954) réduisirent en cendre le fémur de boeuf, à différentes températures. Ils obtinrent les résultats suivants quant à la proportion de cendres :

à 450° C	70.1%
à 500° C	68.7%
à 550° C	67.9%

La subsance cimenteuse est manifestement constituée d'hexoses, sous forme de mucopolysaccharide, et d'hexoses sous formes de combinaisons, à degré divers, de protéine et de glycoprotéine. Une grande partie de magnésium du corps humain ; 90% de carbonate du corps humain ; 25% de sodium du corps humain ; quelque calcium et phosphate sont visiblement contenus dans la substance cimenteuse, plus sous forme non-cristalline que sous forme cristalline et en partie soluble (Robinson R. A., 1952).

Un résultat d'analyse chimique faite sur les diaphyses d'un fémur bovin a été recueilli par Eastoe T. E. et Eastoe B. (1954) comme suit :

Matière inorganique, insoluble dans l'eau chaude (comprenant probablement 1% de citrate)	69.66
Matière inorganique soluble dans l'eau	1.25
Collagène	18.64
Protéine complexe de mucopolysaccharide	0.24
Protéine résistance	1.02
Eau (avec une perte à une température 105°C)	8.19
	98.99%

III. PROPRIETES MECANIQUES DE L'OS

III. I. ETUDE DES PROPRIETES MECANIQUES DE L'OS.

Au cours de ces dernières années, de nombreux experts ont étudié les propriétés mécaniques ou physiques de l'os, telles que la masse spécifique, le coefficient de Poisson, la résistance et le module d'élasticité en tension ou en compression, dans le sens longitudinal ou transversal, etc, ... Ses essais ont été tentés soit sur l'os humain ou animal, soit sur un matériau sec ou humide, dans des zones différentes, à partir de sources, de moyens divers et également à l'aide de machines différentes. C'est pourquoi, il n'est pas étonnant de trouver des résultats très variables.

L'os est un matériau hétérogène, viscoélastique, et anisotrope (Evans F. G. et Vincentelli R. 1969). D'un autre côté, parce que les propriétés de viscosité du tissu de collagène sont tellement remarquable que ces recherches ont abouti, les effets dépendants du temps (viscosité) dans le matériau ne doivent pas correspondre aux valeurs de charge et de déformation enregistrées, mais le taux de déformation doit être noté (Hirsch C. et Sonnerup L., 1968). Ils ont remarqué que trois sortes d'essais se sont avérées intéressantes : les tests de fluage, les tests de relaxation et les cycliques indiqués ci-dessous (Fig. 4. Fig. 5) et Fig. 6).

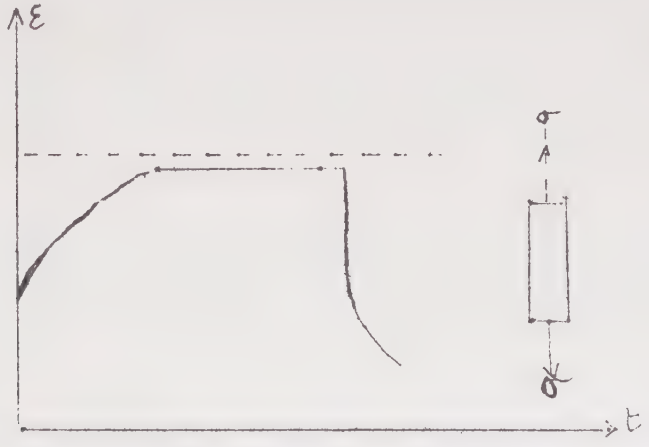


Fig. 4. Pour une contrainte instantanée et constante, et pour un déchargement instantané à un temps donné, la quantité de déformation enregistrée est une fonction du temps.

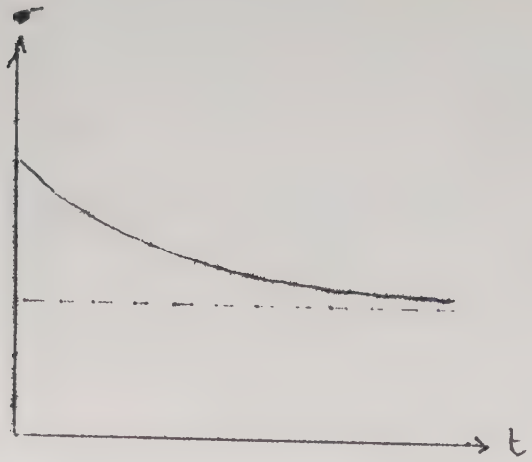


Fig. 5; Pour une déformation instantanée et constante, la quantité de contrainte enregistrée est une fonction du temps.

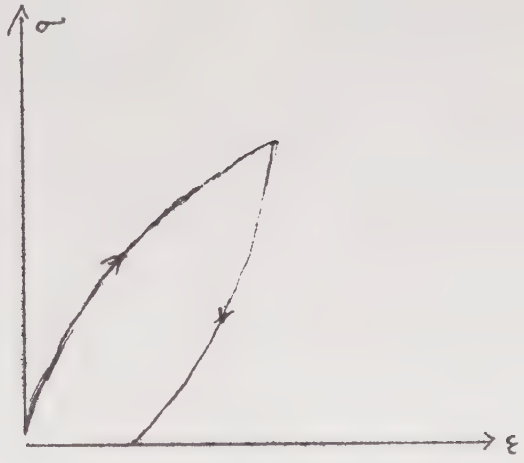


Fig. 6. Test cyclique avec un taux constant de déformation ou de contrainte, la quantité de contrainte enregistrée est une fonction de la déformation.

Les sections du fémur dans divers localisation ont été testées pour leur module d'élasticité (kg/mm^2) qui varie suivant les localisations (Fig. 7).

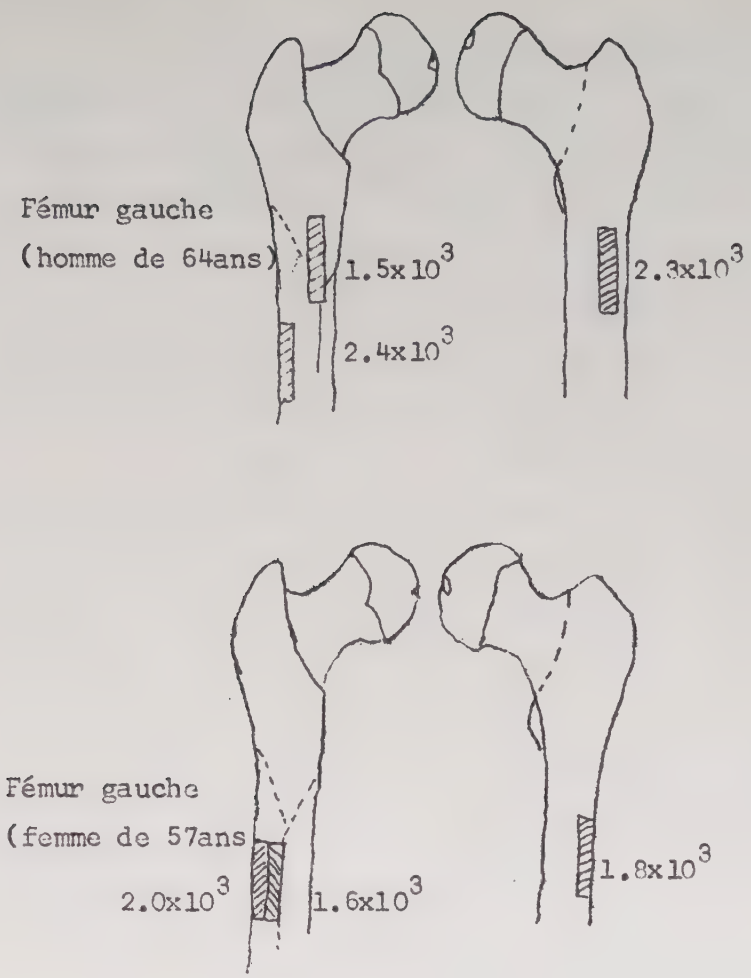
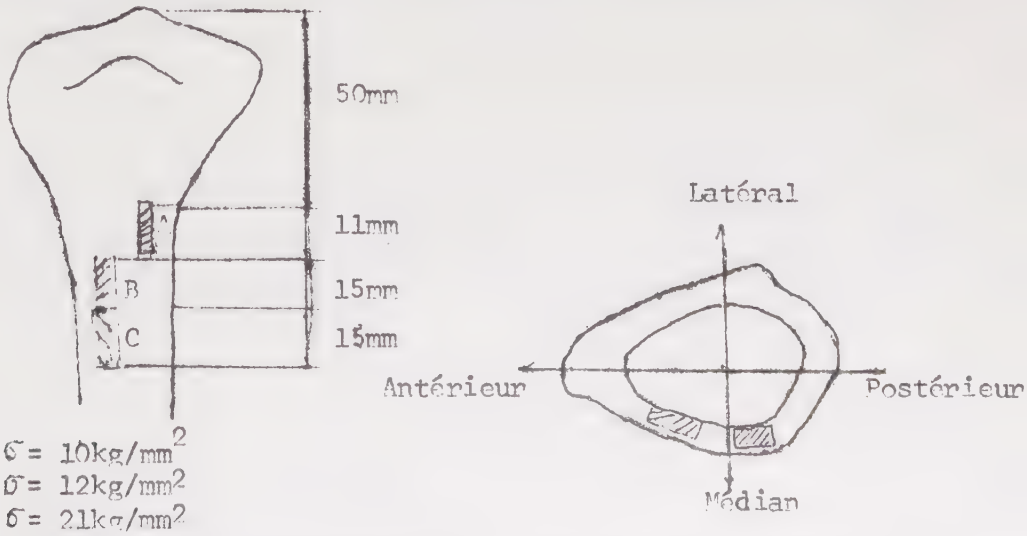


Fig. 7. La partie supérieure fémur gauche d'une femme de 57 ans et d'un homme de 64 ans (d'après Forssbland P., 1959).

Dans notre expérience, la contrainte limite en compression était déterminée dans différentes localisations d'un tibia, dont le sexe et l'âge du sujet n'est pas connus. Le taux de compression se situait entre 625kg/cm^2/min. et 725 kg/cm^2/min. Les contraintes limites dans différentes localisations sont indiquées dans le schéma suivant (Fig. 8)



A 2x4x11 σ = 10kg/mm^2
B 2x5x15 σ = 12kg/mm^2
C 2x5x15 σ = 21kg/mm^2

Fig. 8. Les localisations du tibia testées en vue de déterminer la contrainte limite.

Il y a un fait qui est très évident lorsqu'on compare cette expérience avec une autre Forssbland P. (Page 16), sur des os longs, le module d'élasticité ou la contrainte limite est d'autant plus importante, qu'on s'éloigne de l'extrémité de la partie supérieure.

Dans la plupart des rapports d'expériences sur la détermination des éléments des propriétés mécaniques, le taux de compression et le taux de déformation, qui sont les principaux facteurs susceptibles d'influencer les résultats des expériences, n'ont pas été considérés.

Schmitt H. P. (1968) a mentionné que pour un taux de compression dépassant 150kg/cm^2/min., la résistance limite à la tension s'accroit pour le bois. Pour une résistance limite statique de 600kg/cm^2 son taux de compression dépasse 150 kg/cm^2/min., la résistance limite s'accroit de 30% par rapport à la résistance limite statique : on obtient alors une résistance limite de 800kg/cm^2. Pour une résistance limite statique 900kg/cm^2, on obtient un accroissement de 13%, ce qui donne une résistance limite de 1020kg/cm^2, le taux de compression restant inchangé. Quand le taux de compression atteint 600-800kg/Cm^2/min, l'augmentation de la résistance est faible.

Schmitt H. P., (1968) montra également que l'os peut-être comparé à du bois, étant tous deux des matériaux cassants et poreux. La résistance limite s'accroit avec l'augmentation du taux de compression, ce qui a été décrit précédemment, mais pour un taux de compression très élevé, le résultat est discutable.

Bird F. et d'autres(1968) ont trouvé qu'il existe au-delà des valeurs statiques, un accroissement significatif dans la résistance à la compression et dans le module d'élasticité pour les échantillons de fémur de boeuf, pendant le taux de compression est de un intervalle de 10^2 à 10^5 psi/sec. (420 - 4.2×10^5 kg/cm^2/min.)

L'os, comme d'autres solides, n'est pas parfaitement rigide. Un morceau d'os en tension s'allonge alors qu'il raccourcit en compression. Un diagramme de contrainte-dilatation représente l'expérience réalisée sur des spécimens tubulaires de tibia humain en compression. (Fig. 9)

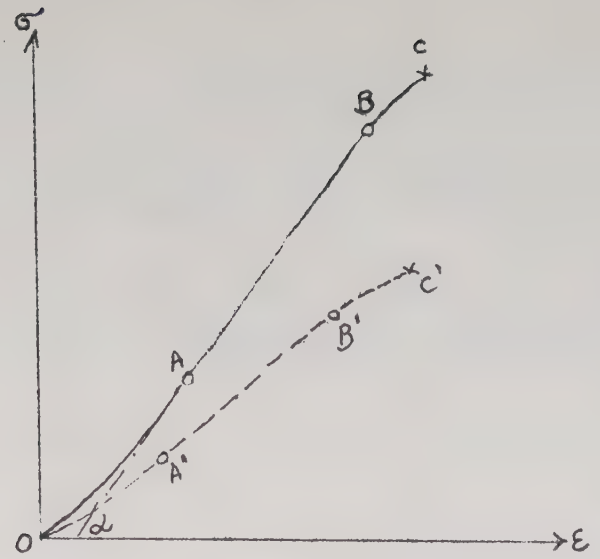


Fig. 9. Diagramme contrainte-dilatation, la courbe en trait plein représente la compression, la courbe en pointillé, représente la tension.

La droite AB indique une proportionnalité entre la contrainte et la dilatation, ce qui obéit parfaitement à la loi de HOOKE. La courbe en pointillé montre que dans la relation contrainte-dilatation en tension, la pente est plus douce en tension qu'en compression. La pente (α) de la droite contrainte-dilatation, connue sous le nom de module de Young, indique la propriété d'élasticité du matériau. Un grand nombre de recherches ont fourni ces informations concernant l'os.

Les portions OA et BC du diagramme sont légèrement incurvées, ce qui nous montre que l'os n'est pas entièrement fait de matière élastique (matière inélastique). Ce fait a été spécifié par certains spécialistes (Evans F. G. et Vincentelli R., 1969)

Dempster W. T. et Liddicoat R. C., (1952) étudiant la propriété de l'os, ont remarqué que l'os est un matériau anisotrope. Ces spécialistes ont déterminé le module d'élasticité et la résistance de l'os à la compression dans le sens longitudinal, radial et tangentiel. Nous avons extrait quelques unes de ces données pour nos recherches (Tableau 2.).

TABLEAU 2. EXPERIENCE D'OS EN COMPRESSION

Sens	Longitudinal		RAdial		Tangentiel	
Condition	E 10^6psi (10^3kg/mm)	σ psi (kg/mm2)	E 10^6psi (10^3kg/mm)	σ psi (kg/mm2)	E 10^6psi (10^3kg/mm)	σ psi (kg/mm^2)
Sec	1.756 (1.25)	29575 (20.7)	0.916 (0.64)	19203 (13.4)	0.912 (0.64)	I8653 (13.2)
humide	1.262 (0.88)	19007 (13.4)	0.546 (0.38)	I6988 (11.9)	0.608 (0.43)	I5336 (10.8)

Les résultats ci-dessus montrent qu'il n'y a aucune différence notable entre le radial et le tangentiel, que ce soit à propos du module d'élasticité ou de la contrainte en compression, sec ou humide. De tels os comprimés possèdent une résistance plus faible en compression latérale que longitudinale. La résistance des axes transversaux sont à la fois plus faible que celle des axes longitudinaux, ce qui nous montre que l'os est un matériau non isotropique, tel que le bois. Ces résultats sont en contradiction avec ceux de Ascenzi A. et Bonucci E. (1968).

Plus précisément, en vue de déterminer une relation entre la résistance et la position de l'axe longitudinal du tibia humain, nous avons testé des spécimens d'os en compression. Deux tibias ont été découpés en 17 et 11 petits morceaux tubulaires, chaque morceau mesurant environ 2cm. L'âge et le sexe du sujet n'étaient pas connus. L'intervalle du taux de compression était de 2.1 à 2.4.kg/mm^2/min. La machine utilisée pour l'expérience se nommait Instron.

Le résultat est intéressant, qui nous montre une parabole ressemblant à une trajectoire (Fig. 10)

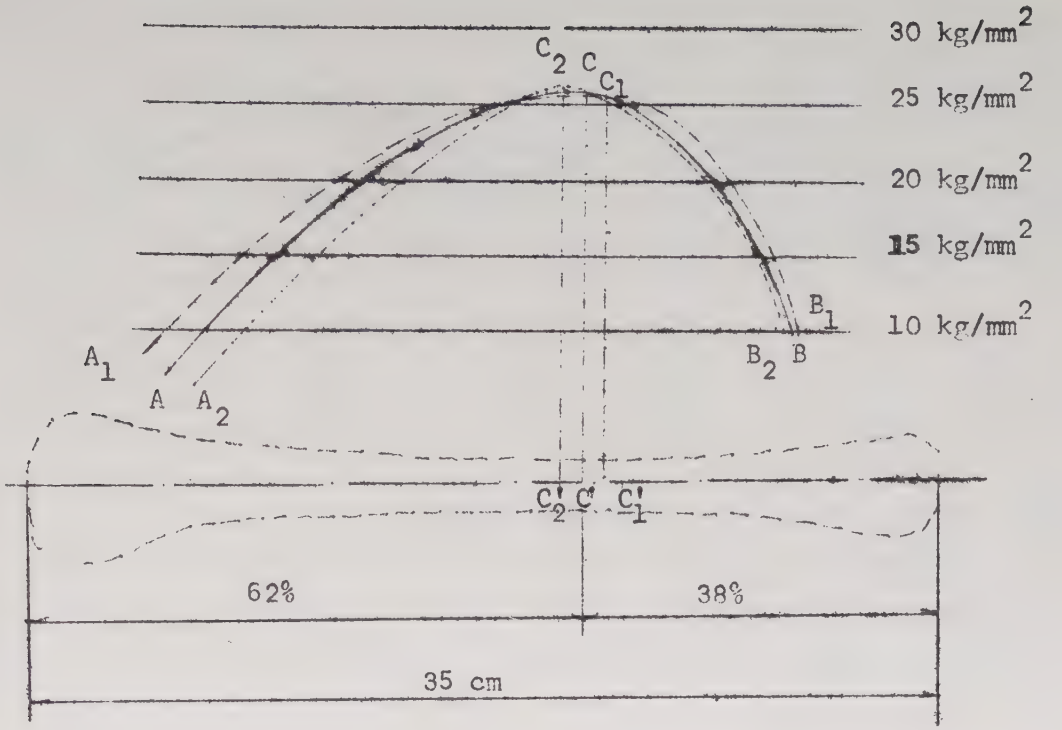


Fig. 10. - Les variations longitudinales de la contrainte en compression, déterminées dans les diaphyses du tibia. Les deux tibias sont respectivement représentés par une courbe brisée et une courbe en pointillé. La courbe en trait plein représente leurs valeurs moyennes.

Les variations longitudinales en compression étaient trouvées pour les deux tibias, représentées par deux courbes $A_1\ C_1\ B_1$ et $A_2\ C_2\ B_2$. La courbe ACB en trait plein représente leurs valeurs moyennes. Il est interessant de constater que les points C_1 et C_2, qui sont des maximums de résistance à la compression, sont rapprochés. La point C est valeur moyenne ; sa position est probablement à 62% de la longueur du tibia à partir de l'extrémité de la partie supérieure, et d'ordonnée correspondant à une contrainte de 26kg/mm^2.

Quelques expériences d'experts (Evans F. G. et Lebon M., 1952) ont montré que le tiers médian du fémur, du tibia et du péroné, ont les plus grandes moyennes de résistance à la tension et de module d'élasticité, ceux du supérieur et du inférieur tiers étant plus faibles. Nous avons trouvé les mêmes résultats, sauf en compression où nous avons noté une différence.

Amtmann E. (1968) a trouvé la répartition de la résistance à la rupture pour les 4 positions (postérieur, antérieur, médian et latéral) à partir de 5 emplacements du fémur humain le long de l'axe longitudinal : taux de compression := 50kg/cm^2/sec., La résistance moyenne à la compression (kg/mm^2) est représentée ci-dessous.

Tableau 11. La résistance à la compression des 4 positions pour 5 emplacements du fémur humain (d'après Amtmann E., 1959).

Position du fémur	Emplacement du spécimen pourcentage de longueur du fémur.				
	26%	38%	50%	62%	74%
Postérieur	19.6	23.1	23.2	24.0	21.2
Antérieur	23.5	23.4	24.1	21.8	17.9
Médian	24.5	24.7	25.1	23.6	21.3
Latéral	25.5	27.2	27.1	23.3	20.2

La valeur moyenne de chaque colonne doit être considérée comme la résistance de la localisation tubulaire du fémur. Nous pouvons prendre respectivement 23.3, 24.6, 24.9, 23.2 et 20.3, chiffres intéressants car ils nous montrent l'existence d'autre courbe identique à notre "Trajectoire" (Fig. 11).

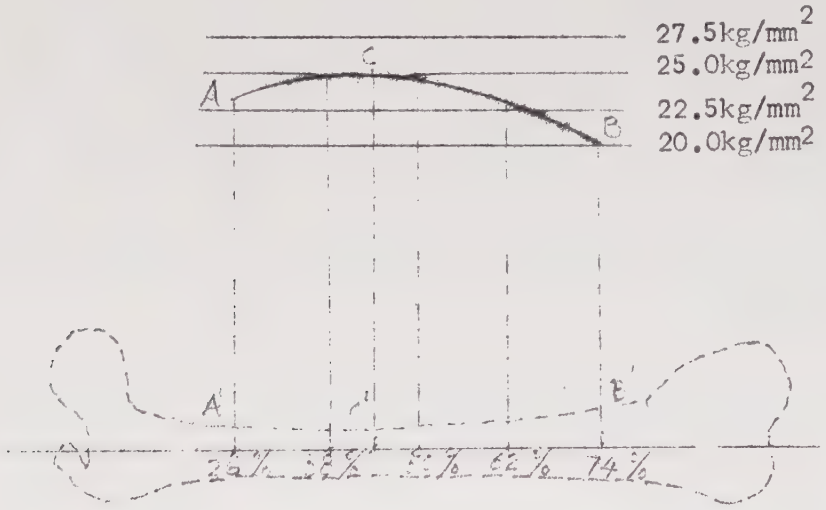


Fig. 11. Variations longitudinales en compression mesurées dans les diaphyses du fémur, représentées par une courbe.

Le point C, maximum de la courbe possède une résistance maximum qui est de 24.9 kg/mm2 à un point situé à 44% du corps du fémur, à partir de sa tête, et de l'ordre de 37.5% dans la diaphyse, à partir de A'. La longueur exacte du fémur n'est pas précisée dans le rapport original.

L'os est un matériau très anisotrope et hétérogène, de résistance à la compression variant selon la localisation le long de l'axe longitudinal représenté dans notre expérience ou dans le rapport de Amtmann. Le principe de la variation de la résistance à la compression en fonction de la localisation le long de l'axe longitudinal de l'os est

supposé représenté par cette "Trajectoire", que ce soit pour le tibia ou le fémur, voire même pour les os longs qui peuvent se prêter à ces expériences.

La trajectoire" ACB a la forme d'une portion d'orbite elliptique (Fig. 12), qui peut être déterminée par une équation générale de la forme (3 - 1 - 1) :

$$ax^2 + bxy + cy^2 + dx + ey = 1 \qquad (3 - 1 - 1)$$

Cinq points P_1 (0, -5.2), P_2 (3.5, 0) P_3 (0,-8,4) P_4 (-6.5, - 7.0) et P_5 (-5.7, 0) ont été utilisés pour obtenir cinq équations. Nous avons l'équation matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 5.2^2 & 0 & 5.2 \\ 3.5 & 0 & 0 & 3.5 & 0 \\ 0 & 0 & (-8.4)^2 & 0 & -8.4 \\ -6.5 & (-6.5) \times (-7) & (-7)^2 & -6.5 & -7 \\ -5.7 & 0 & 0 & -5.7 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \\ e \end{pmatrix} = 1 \qquad (3\text{-}1\text{-}2)$$

Les cinq constantes sont fixées et on obtient l'équation suivante :

$$0.0504\,x^2 - 0.0202xy + 0.0229v^2 + 0.1104x + 0.0733y = 1 \qquad (3\text{-}1\text{-}3)$$

ou x représente la localisation suivant l'axe longitudinal du tibia, v la contrainte limite de sa localisation.

Lang S. B. (1969) a soutenu qu'il n'était pas possible de caractériser entièrement les propriétés mécaniques d'un tel matériau avec seulement 2 ou 3 coefficients techniques. C'est pourquoi il est nécessaire d'étudier la structure intrinsèque et mécanique de l'os à l'aide des principes de la Trajectoire" exposés dans les paragraphes suivants.

Plusieurs chercheurs ont récemment étudié la résistance et le module d'élasticité des os compacts, en tension et en compression, humide ou sec, dont les résultats sont résumés dans le tableau 4 pour l'os humain, et dans le tableau 5 pour l'os animal.

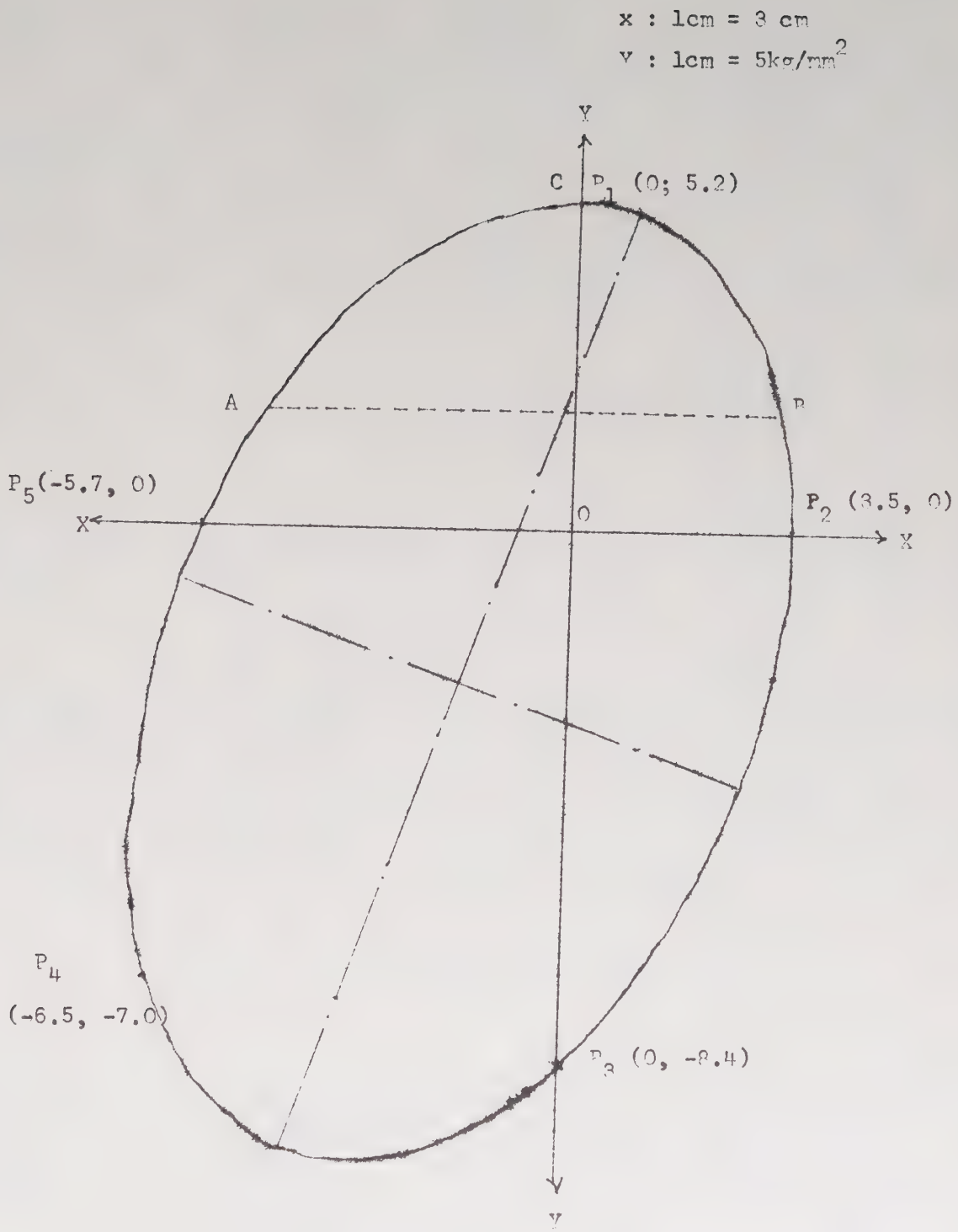


Fig. 12 Orbite elliptique : La portion ACB a même forme que celle de la Fig. 10.

Tableau 4. Resumé des propriétés mécaniques de l'os comptact humain, extraits des références d'auteurs récents.

Année	Auteurs	Os	Contrainte (kg/mm^2)				Module d'élasticité ($10^3 kg/mm^2$)			
			en tension		en compr.		en tension		en compre.	
			humi.	sec	humi.	sec	humi.	sec	humi.	sec.
1949	Carothers et d'autres	F.		15.4						
1951	Evans, Lebow	F.	8.3	10.4			1.58	1.87		
1952	Evans, Lebow	F.	8.3	10.6						
1952	Dempster et d'autres	F. T.	8.0	12.0	11.3	18.0	1.21	1.88	1.44	1.82
1958	Evans	F.	8.49	11.35						
1959	Simith et d'autres	T.					1.08			
1959	Forssblad	F.					1.95			
1964	Ascenzi, Boncci	F.	11.29	22.68						
1965	Smith	T. F.					1.70 1.65			
1967	Ascenzi, Boncci	/	12.26	19.73			1.17	2.38		
1967	Evans, Bang	F. T. P.	8.3 9.8 9.5				1.45 1.53 1.70			
1968	Ascenzi, Boncci	Longs			11.20				0.65	
1968	Amtmann	F.				22.8				
1968	Mather	F.	15.4				1.35			
1968	Blaimont	F.					1.54			

Remarques : F. : Fémur. T. : Tibia. P. : Péroné.

Tableau 5. Resumés des propriétés mécaniques de l'os comptact animal, extraits des références d'auteurs récents.

1964	Mac Elhaney	Boeuf	9.3		13.5		2.08		2.93	
1967	Ascenzi, Boncci	Boeuf	12.12	20.90			1.49	1.80		
1968	Mac Elhaney	Rat					0.35			
1969	Lang	Bocuf						2.66		

III. 2. DISCUSSION DE QUELQUES PROBLEMES MECANIQUES DE L'OS

III. 2. 1. La résistance à la tension et à la compression est en rapport avec la teneur en cendre de l'os.

L'existence de relation entre la densité de l'os (ou le teneur en cendre), et sa résistance est exposée dans ce paragraphe. La densité de l'os et sa teneur en cendre sont en corrélation, comme nous pouvons l'admettre. D'un os de grande densité, après l'avoir exposé à de forte température, il restera une quantité importante de cendre.

Schmitt H. P. (1968) a étudié les rapports entre la densité et la résistance de l'os. Il conclut que ces deux propriétés physiques sont en corrélation et elles décroissent quand on va du milieu de l'os vers les deux extrémités du diaphyse. Il remarqua que l'adaptation fonctionnelle de l'os à sa contrainte se fait non seulement par la zone de section transversale, mais aussi par le changement de densité d'une localisation à une autre. Il obtint une courbe quasi-droite, quant à la relation entre la densité et la résistance de l'os, comme l'indique la Fig. 13.

Mather B. S. (1968) a étudié la relation qui existe entre les propriétés mécaniques, la masse spécifique et la teneur en cendre de 45 fémurs frais d'adultes. Il a obtenu les résultats suivants : pourcentage moyen de cendre = 64.7%, masse spécifique moyenne = 1.85, résistance moyenne à la tension = 22000psi (15.4 kg/mm2) et un module d'élasticité moyen = 1.92×10^6 psi (1.35×10^3 kg/mm^2)

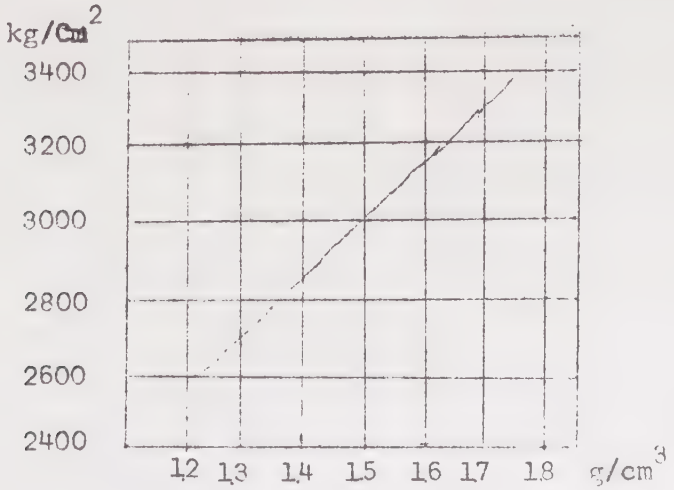


Fig. 13. Relation entre densité et résistance de l'os.

Il fit remarquer que la résistance à la tension est modifiée par la variation de la masse spécifique de l'os mais est elle indépendante de cette variation dans un intervalle de pourcentage donné de cendre d'os. Le module d'élasticité est indépendant de la variation dans un intervalle donné de masse spécifique de l'os, mais dépend du pourcentage de cendre des tissus.

La relation entre la contrainte de rupture et la teneur en cendre du fémur a été découverte dans des expériences réalisées par Vose G. P. et Kubala A. L. en 1959.

Un diagramme de la relation entre la contrainte et la teneur en cendre est représenté dans Fig. 14. Cette dernière indique qu'il existe une relation évidence entre ces deux éléments. Une méthode statistique permet de déterminer l'équation suivante.

$$y = 1.304\ e^{.202x} + 2.210$$

qui représente une courbe exponentielle de la forme $y = ae^{bx} + c$.

Currey J. D. (1968) a trouvé, en faisant des expériences sur des lapins, une relation presque linéaire d'une part entre la cendre et la résistance limite et d'autre part entre la cendre et le module d'élásticité. A partir de ces résultats, il a montré que la résistance de l'os possède une contrainte statique relative à la quantité de teneur en cendre dans un grand intervalle de mesure.

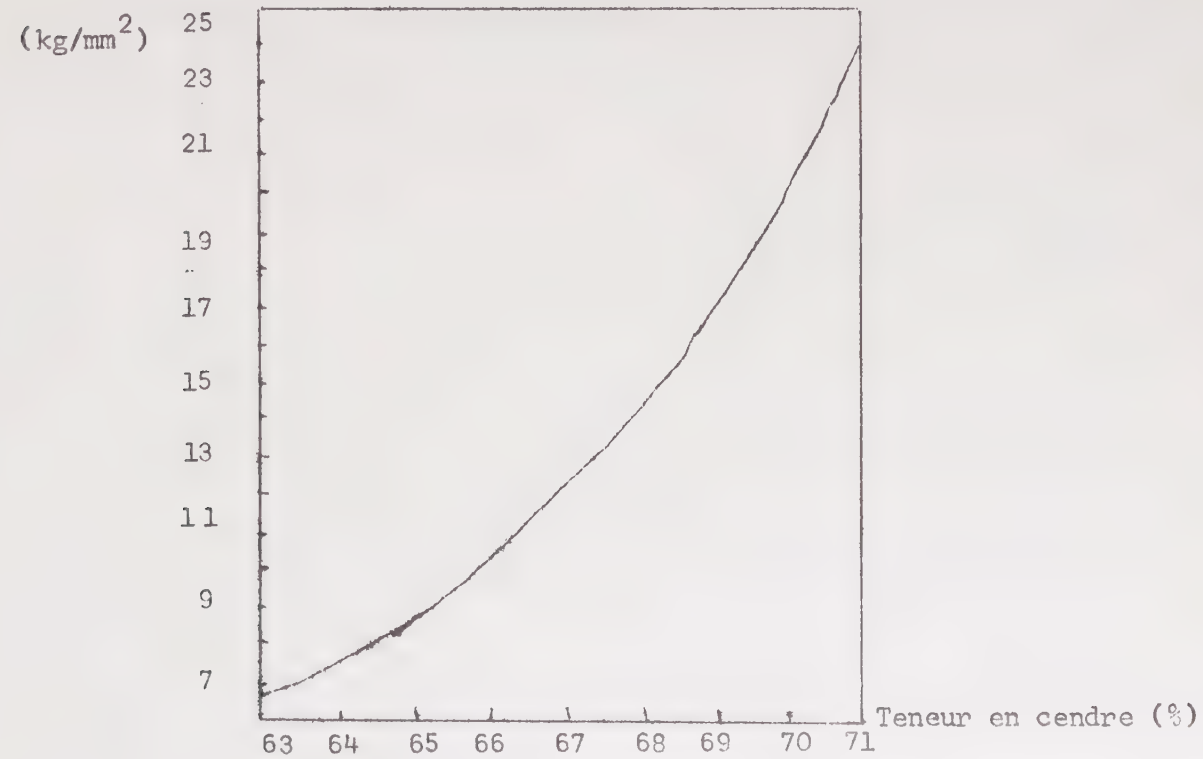


Fig. 14. Une fonction exponentielle entre la contrainte et la teneur en cendre du fémur.

De toute façon, c'est un fait évident que la teneur en cendre ou la densité est fonction de la résistance de l'os.

En analysant la teneur en cendre, pour la partie hachurée de l'axe longitudinal, Strobino L. J. et Farr L. E. (1949) ont trouvé deux courbes pour les radius et les cubitus bovins représentées dans la Fig. 15.

Il est intéressant de les comparer à celle de la Fig. 10, résultat de notre expérience, qui était relatif à la relation résistance-localisation du tibia dans le sens de la longueur. Les deux courbes ont la même forme, que l'on peut également assimiler à une "Trajectoire".

Partant des comparaisons ci-dessus entre la courbe résistance-localisation longitudinale et la courbe cendre-localisation longitudinale, nous pouvons facilement affirmer que la teneur en cendre de l'os et sa résistance sont en étroite corrélation.

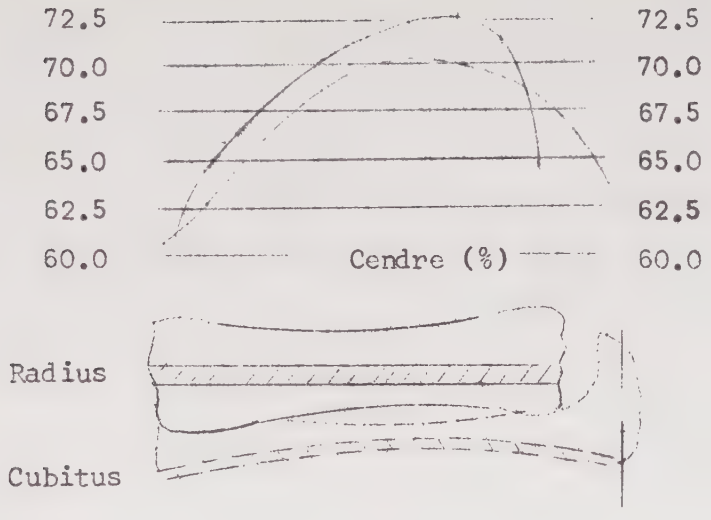


Fig. 15. Analyses du radius et du cubitus dans la partie hachurée de chaque os. Les schémas pour le radius est représenté en trait plein, du cubitus en pointille.

La résistance et la teneur en cendre varient en fonction de la localisation suivant l'axe longitudinal, ce qui est bien indiqué par les deux courbes. Mais sur le plan mécanique, ceci ne permet pas révéler la structure intrinsèque et mécanqiue de l'os. Le cristal d'apatite a une densité de 3, ce qui est presque du double de celle du collagène. (1.7)

mais sa résistance à la tension est au contraire de 5 plus au moins que celle du collagène. Il est difficile d'admettre que la résistance d'un os est en corrélation avec sa teneur en cendre.

Il est nécessaire de mentionner ici, que nous avons des raisons de comparer l'os humain avec l'os bovin, depuis que Ascenzi A. et Bonucci E. (1964) ont montré dans leurs expériences que ces catégories d'os possédent le même degré de résistance.

III. 2. 2. La résistance mécanique est relative à l'orientation du collagène.

Le premier chercheur, qui a supposé que les fibrilles collagènes jouent un rôle mécanique dans l'os est Gebhardt en 1905 (voir Evans F. G. et Vincentelli R., 1969). Au cours de ces dernières années, personne ne douta que le collagène pouvait réagir contre les forces de tension dans l'os. C'est pourquoi la résistance mécanique doit être fonction de l'orientation des collagènes dans l'os.

Partant d'expérience faites à la lumière polarisée, Evans F. G. (1958) a observé des spécimens de péroné, de fémur et de tibia. Il constatait que dans les spécimens de péroné, les fibrilles collagènes sont principalement orientées dans le sens de la longueur, c'est-à-dire parallèles à la direction de la charge, alors que dans le fémur les fibrilles collagènes sont plus obliques ou horizontales. Les fibrilles collagènes dans le péroné sont donc mieux adapté pour opposer une résistance aux forces de tension que dans le fémur.

Ascenzi A. et Bonucci E. (1964) remarquèrent que dans les os où les groupements de fibres avaient une disposition nettement orientée dans le sens longitudinal, la résistance limite à la tension est plus élevée que dans les os où les groupements de fibrilles avaient une disposition tellement variable que leur orientation se situait dans l'intervalle d'un angle de 90°. Ils enchainèrent que la résistance limite à la tension atteint la même ampleur dans les os calcifiés et aussi dans les os décalcifiés, prouvant davantage que les fibrilles collagènes sont déterminantes dans les propriétés mécaniques du tissu d'os.

D'après des études realisées à la lumière polarisée, 53 sections transversales d'un os humain d'adulte et fixé au formol (fémur, tibia et péroné) ont été observées par Evans F. G. et Vincentelli R. (1969). Ils remarquèrent que les propriétés mécaniques de l'os cortical humain ont été interprétées à partir de l'orientation générale des fibrilles collagènes. Dans des spécimens longitudinaux, les fibrilles collagènes sont pour la plupart

parallèles à l'axe longitudinal, ce sont les fibres, les plus résistantes. Dans les spécimens radiaux, seulement quelques fibres sont parallèles à l'axe principal des spécimens.

C'est donc certain, les fibrilles collagènes qui sont parallèles à la direction de tension, sont en meilleure situation pour résister aux forces de tension. Mais c'est maintenant que le problème se pose ! Comment les fibrilles collagènes peuvent-elles résister à de forte tension avec un module d'élasticité aussi faible (0.2×10^3 kg/mm^2) ? Si l'os est constitué à la manière d'une barre composée, comme le béton armé, il serait paradoxal de penser que la résistance de l'os est relative à sa teneur en cendre. Existe-t-il une relation mécanique entre la teneur en cendre (matière inorganique) et la quantié de fibrilles collagènes dans l'os ?

III. 2. 3. La résistance mécanique de l'os est fonction de la proportion de collagène et d'apatite.

Il y a quelques années, plusieurs chercheurs avaient réalisé d'intéressantes expériences, toutes identiques (Bell G. H et d'autres, 1947 ; Weir J. B. de V. , 1949). Des rats étaient répartis en trois groupes auxquels on soumit une alimentation controlée pendant 30 jours. Un groupe R était soumis à une alimentation Rachitogénique, un groupe N à une alimentation Rachitogénique avec vitamine D et un groupe S à alimentation naturelle complète. Ensuite on préleva leurs pattes pour des analyses chimiques et mécaniques. Les résultats sont extraits ici pour notre étude ultérieure.

Tableau 6. Propriétés chimiques et mécaniques de l'os à partir de pattes de rats (Bell. G. H. et d'autres, 1947).

CROUPES	poids de fémur	cendre de fémur (%)	contrainte de rupture (psi)
R	0.115	38. 5	11,860
N	0.154	45.0	18.500
S	0.288	59.7	26,800

Tableau 7. Propriétés chimiques et mécaniques de l'os à partir de pattes de rats (Weir J. B. de V. et d'autres, 1949).

GROUPES	Cendre de fémur (%)	Contrainte de rupture (10^3 psi)	module d'élasticité (10^6 psi)
R	37	11.9	0.64
N	43	18.9	0.99
S	59	26.9	1.56

Ces résultats identiques les ont amenés à une même conclusion à savoir que la résistance de l'os semble dépendre entièrement de la proportion des matières organiques et des matières inorganiques.

Macconaill M. A. (1949) alla plus loin, en faisant remarquer que cette expérience réalisée à l'aide de rayon X, sur le principe de la cristallographie révéla que la structure de la matière inorganique était la même dans tous les cas et que les collagènes ne possèdent pas de différence qualitative. C'est pourquoi il admit également que les propriétés de l'os sont dues variations des proportions relatives des constituants organiques et inorganiques.

Hélas dans ses rapports il n'a pas mentionné dans quelle proportion et comment la résistance de l'os dépend des matières organiques et inorganiques. Leurs rapports nous montrent également que la résistance s'accroit en fonction de la teneur en cendre, mais ils ne leurs permettent de conclure au problème (III. 2. 1) d'autant que la résistance est en rapport avec la teneur en cendre.

Il est nécessaire d'anyser plus en détail leurs rapports, parce que ce problème peut nous aider à trouver une solution qui est en rapport avec l'objet de cette thèse.

A partir du tableau 1, où nous savons que le collagène constitue 86% du poids de la substance organique et que le rapport poids os sec/poids os humide = 85% et à partir de l'équation (2-5-1) où nous avons :

Poids organique = poids os sec - poids cendre.

Nous obtenons les résultats des colonnes 2 et 3 indiqués dans le tableau 8.

Tableau 8. Les colonnes (1) et (4) sont extraites du tableau 6.

GROUPES	(1) Cendre dans fémur (%)	(2) collagène dans fémur (%)	(3) rapport $\frac{\text{collagène}}{\text{cendre}}$	(4) contrainte de rupture (psi)
R	38.5	40.8	1.03	11.860
N	45.0	34.4	0.76	18.590
S	59.7	21.8	0.37	26.890

Dans le Tableau 8, nous obtenons la Fig. 16, qui montre les relations de chaque colonne avec la contrainte de rupture dans les 3 groupes. La courbe S_3 N_3 R_3 représente la relation qui existe entre la résistance et le rapport collagène/cendre dans l'os (c'est-à-dire le rapport collagène/matière inorganique) qui est une fonction linéaire. Il est évident que la résistance de l'os est inversement proportionnelle au rapport collagène/matière inorganique.

Deux points ont été utilisées pour obtenir deux équations de la forme

$$Y = aX + b \qquad (3\text{-}2\text{-}3\text{-}1)$$

qui est l'équation générale d'une droite comme l'indique la Fig. 16-C, où x représente le rapport collagène/apatite, et v, la résistance limite. Deux constantes, a et b, ont été fixées et on obtient l'équation suivantes : ($a = -15.9$ kg/mm^2, $b = 24.7$kg/mm^2)

$$v = -15.9x + 24.7 \qquad (3\text{-}2\text{-}3\text{-}2)$$

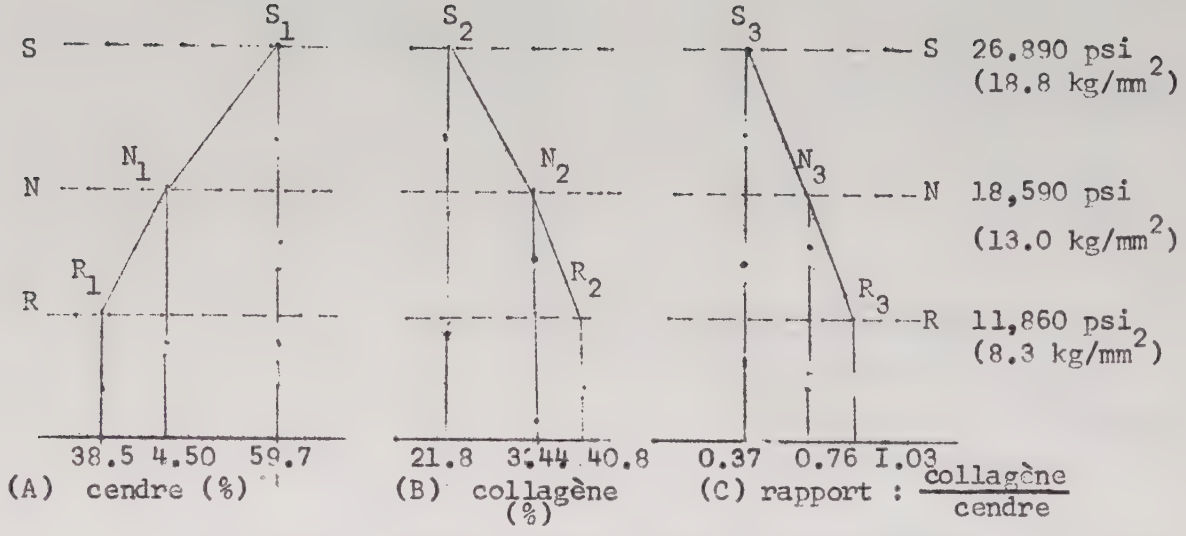


Fig. 16. Trois courbes montrant les relations de la résistance d'os des rats avec respectivement la teneur en cendre, le collagène et le rapport collagène/apatite.

A partir du fait déjà connu, que les fibrilles collagènes opposent une résistance aux forces de tension dans l'os, l'analyse ci-dessus fournit en plus une conception contradictoire à savoir que dans l'os possédant un rapport collagène/matière organique faible, existe une résistance d'autant plus importante. Certes nous ne pouvons résoudre ce conflit dans une conception où l'os possède une structure mécanique, telle que la barre composée - béton armé. Il est évident, que dans la technologie du béton armé, parmi les poutres de forme identique celle, qui possède un rapport acier/béton faible, à une résistance faible.

L'os possède donc un modèle de structure mécanique comme le béton armé précontraint, ce qui sera exposé plus tard pour résoudre la contradiction précédente.

IV. ETUDE DE THEORIE

IV. 1. THEORIE DE KNESE.

En 1958, le Professeur [illegible] Knese a supposé dans son livre que le collagène est précontraint dans l'os.

Les fibrilles collagènes s'étendent comme ondulations dans l'os ce qui prouve que les fibrilles avaient déjà été soumises à la contrainte de tension lorsque l'os n'est pas lui-même soumis à des charges. Ces forces ainsi envisagées prouvent qu'on a affaire à ce qu'on nomme en technologie "béton précontraint".

Des forces de tension supplémentaires étant appliquées à l'acier, le béton est chargé d'une compression supplémentaire dans le béton précontraint sans surcharge. Lorsqu'il est en surchage, la compression supplémentaire a diminué dans le béton : ceci est provoqué par une force de traction extérieure exercée sur le béton lui-même. Ceci représente un moyen effectif pour supprimer l'inconvénient que représente la difficulté de supporter la tension dans le béton.

Les fibrilles collagènes précontraintes dans l'os sont analogues à l'acier dans le béton précontraint. Elles réagissent contre la tension et le fléchissement quand l'os est en surcharge. Des fibrilles collagènes obtiennenet la "tension précontraint supplémentaire " à partir de la contrainte préalable, et leurs enveloppes qui sont des substances inorganiques deviennent un support de la précontrainte.

Mais Knese ne mentionna cependant pas quelles sont les forces qui pouvaient provoquer une telle précontrainte.

Les fibrilles tendues et les apatites comprimées sont en interaction dans l'os, faisant de ce dernier un bon matériau tel que le béton précontraint. La supériorité des propriétés du béton précontraint peut s'appliquer à l'os.

D'un autre point de vue, l'os est considéré comme un matériau supérieur, de propriétés importantes, mais de poids faible. Le poids du squelette humain considéré comme un matériau de construction léger, est de 15 à 20% du poids.du corps.

La précontrainte agit sur les fibrilles collagènes contre les fissurations et les relaxations. Ces fibrilles doivent pouvoir se raccourcir, quand l'os est en compression. Il est concevable que les fibrilles collagènes puissent supporter la compression grâce à la précontrainte. Les apatites sont renforcées également par la compression.

L'os est prêt à supporter des forces extérieures grâce à la précontrainte.

Les principes de la théorie classique sur l'élasticité et sur la statique peuvent expliquer la résistance et la déformation interne du matériau. Il existe dans l'os des contraintes complexes qui ne troublent pas la croissance de l'os. Non seulement les fibrilles sont soumises à une tension mais encore les apatites sont dans le même temps soumises à une compression, également à la force de tension dans le sens de la longueur. La forme et la structure de l'os sont, en premier lieu, garanties par une telle précontrainte.

L'os est enveloppé par des muscles dont les forces agissent perpendiculaire à l'axe longitudinal de l'os. On admet que l'os devient plus dur sous l'action des muscles. La résistance de l'os est proportionnelle à l'action des muscles. De telles forces particulières des muscles provoquent des fléchissements de l'os.

IV. 2. THEORIE DE CURREY.

Currey J. D. a fait quelques remarques à propos de matériaux à deux phases, tel que la fibre de verre, dans son article où il exposa la résistance de l'os en 1962.

en 1964b, Currey alla plus loin en faisant remarquer que l'os doit être considéré comme un matériau à deux-phases. Il remarqua que le collagène et l'apatite ont des propriétés mécaniques très différentes. Si ces deux composants sont considérés en action comme l'acier et le béton, dans le béton armé, les charges appliquées sur l'apatite sont plus fortes qu'il ne peut supporter dans l'os.

Dans son article en 1964a, Currey mentionna encore que l'os est un matérieu à deux-phases, mais plus en détail. Il présenta aussi des arguments concernant l'hypothèses de Knese (1958) dans cet article.

La matière à deux phases possède un module d'élasticité intermédiaire à celui des composants eux-mêmes, mais sa résistance est plus forte que celle de chacun d'eux testé séparément.

La fibre de verre possède un module d'élasticité élevé et la matrice est la résine epoxy. Dans l'os, les cristaux d'apatite ont probablement les mêmes fonctions que les fibrilles de fibre de verre et le collagène joue le même rôle que la résine dans la fibre de verre.

Currey expliqua la fissuration du matériau cassant avec la théorie de la concentration de contrainte. Il considérait que l'os

contient un grand nombre de trous et d'encoches qui jouent un rôle de concentrateur de contrainte et sera un facteur important dans les fissurations.

L'un des caractéristiques de nombreux matériaux à deux-phases, est qu'ils sont anisotropes dans leur comportement mécanique. Currey disait que, lorsque les forces agissent perpendiculairement aux axes des fibres, la contrainte est supportée presque entièrement par la matrice.

Dans le même article, Currey s'opposa à l'hypothèse deKnèse qui soutenait que l'os est un matériau précontraint, et ceci occupait la moitié de son ouvrage. En fin de cette partie, il concluait : "It seems that the hypothesis that bone is prestressed does not provide an answer to the problem of the peculiar properties of bone. There seems to be no convincing evindence that bone is prestressed, but this is not surprising, as it would be very dificult to demonstrate if true".

Ses arguments sont les suivants :

a) les fibrilles collagènes de l'os forment des droites ou des courbes douces ; leurs ondulations dans les autres tissus ne sont pas accentuées.

b) Knèse proposa que, dans les systèmes "Haversian", la forme des fibrilles collagènes constitue une caténaire et qu'il y a une force qui agit sur cette dernière. Currey argumenta que les fibrilles collagènes sont disposées en forme de caténaire, comme la chaine d'une caténaire chargée seulement par son poids propre et qu'elles sont contraintes sur toute leur longueur même quand il n'y a aucune force extérieure agissante.

c) Currey objecta que la différence entre la tension et la compression est moindre que l'on ne pensait car un matériau quasi cassant peut résister à une force plus importante et ainsi l'apatite serait soumise à une charge plus importante qu'elle ne peut supporter pendant la compression.

Les discussions sont recueillies comme suit :

1) La théorie de la concentration de contrainteest valable pour expliquer quelques phénomènes mécaniques dans matériau cassant, mais les études sur la structure intrinsèque et mécanique de l'os n'ont pas été gênées par elle.

2) Les matériaux à deux phases possèdent une résistance plus élevée que celle de l'un ou l'autre des deux composants, testés individuellement. Si c'est l'une des définitions d'un matériau à deux

phases, elle ne pourra donc pas s'appliquer à l'os. La résistance du collagène à la tension (80,000psi) est plus importante que celle de l'os (15,000psi) et la résistance à la compression de l'apatite est également plus importante que celle de l'os.

3) Il est difficile d'admettre que l'apatite a la forme d'un cristal hexagonal (voir Fig. 3) ; ce dernier est comparable aux fibres dans la fibre de verre. La longueur d'une fibrille collagène est infiniment grande par rapport à sa largeur. (Voir figure 1º) ; mais la fibrille collagène est comparable à l'epoxy résine dans la fibredde verre.

4) Dans un matériau à deux phases, lorsque la force s'exerce perpendiculairement à l'axe longitudinal des fibres, la contrainte est supportée entièrement par la matrice elle-même (fibrilles collagènes dans l'os). La résistance sera plus importante si ses fibres sont disposées au hasard. Ceci n'est plus aussi vrai pour l'os. Une expérience a revelé que la résistance limite en compression est très forte, pour les os ayant des groupes de fibres disposées transversalement, très faible pour ceux ayant des groupes de fibres disposées longitudinalement (Ascenzi A. et Bonucci E., 1968). Ils ont enregistré 16.70 kg mm^2 pour la résistance limite en transversal, 11.20kg/mm^2 pour celle en longitudinal.

Dans l'os, si la force s'exerce perpendiculairement à l'axe des fibres, qui supportent presque entièrement la contrainte, c'est que vraiment l'os est un matériau à deux-phases , il serait absolument impossible d'obtenir une grande résistance à la compression dans de telles conditions.

5) Une caténaire peut être tendue seulement par la composante de son propre poids, mais également par une extérieure indépendantesde son propre poids. Un exemple est donné comme suit :

Dans la construction du béton précontraint, une poutre simple possède un moment minimum (M_1) et un moment maximum (M_2) et les deux tracés limites des câbles s'obtiennertten introduisant, les vecteurs $-\frac{M_1}{F}$ et $-\frac{M_2}{F}$ où F représente la force précontrainte du câble. Tout tracé de câble intérieur au domaine compris entre les deux paraboles satisfait aux conditions de résistance. Ceci explique pourquoi dans le béton précontraint les cables disposés en forme de parabole (Fig. 17).

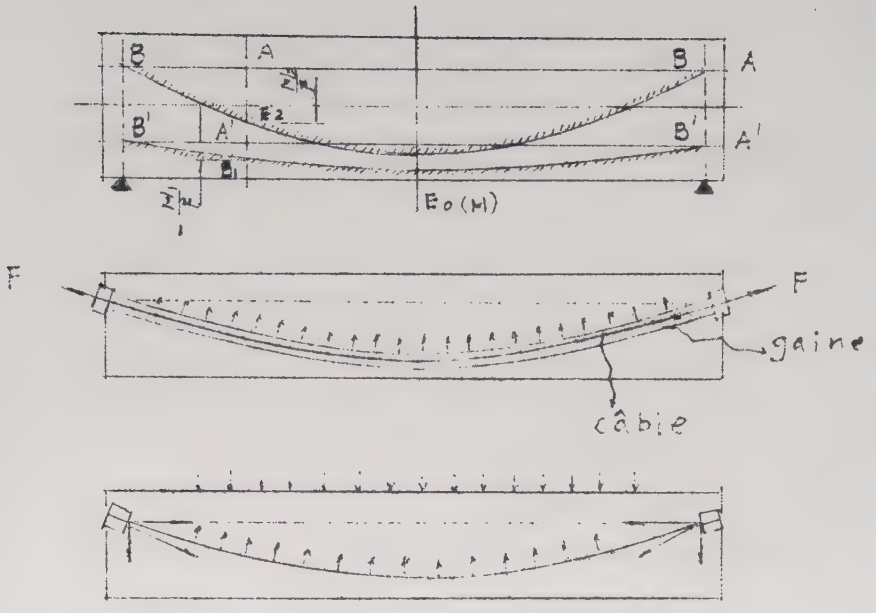


Fig. 17.

Guyon Y. disait "On voit donc que l'on est à peu près obligatoirement conduit à une forme parabolique de cable". (1966, P. 18, Tome 1).

C'est pourquoi les cables gainés sont disposés en forme parabolique dans le coffrage. Après le bétonnage, pendant la prise et le durcissement du béton, le câble est mis en tension par traction du vérin. Les vérins tirent psur celui-ci en prenant appui sur le béton au moyen des ancrages. Généralement, les poutres longues ou les ponts sont enfilés ensuite dans ces trous ; deux, trois ou toutes tranches sont reliées ensemble par ces cablesttendus.

De toute façon, les cables qui se trouvent dans les poutres en béton précontraint sont sous la forme parabolique (ou caténaire).

6) Dans les expériences de Strobino (1952) et Blount (1952) (Voir PP. 41, 42 de cette thèse), nous pouvons voir que l'apatite peut supporter cette contrainte de compression élevée dans un matériau cassant comme l'os, qui était considéré comme un matériau précontraint. Si la précontrainte est nulle, la résistance à la tension peut être plus fiable que le résultat obtenu jusqu'à maintenant dans l'os. Certes, au seul point de vue mécanique, la résistance à la compression de l'os peut être supérieure à tout résultat obtenu jusqu'à présent.

V. VERIFICATION DE LA PRECONTRAINTE DANS L'ANATOMIE ET PHYSIOLOGIE DE L'OS.

V. 1. OBSERVATION DE COLLAGENE TENDU DANS UNE EXPERIENCE D'ANATOMIE.

Schmitt F. O. et d'autres (1942) avaient, les premiers, étudié les collagènes soumis à une traction dans des expériences anatomiques pour expliquer les problèmes mécaniques. ILs ont observé au microscope électronique un collagène tendu, et ont remarqué que cette fibrille, réprésentée dans la fig. 18, était certainement soumise à une tenision uniforme dans toute sa longueur. Une courbe (fIg; 19) fut tracée, qui représente la relation existant entre ala force et l'élongation d'une telle fribrille tendue. Mais cette force n'a pas été mesurée.

La courbe montre que l'élongation n'est une fonction continue de la force par unité de surface, mais inversement proportionnelle à la surface de la section transversale.

Pour la fibrille collagène, Flory P. J. et Spurr D. K. (1961) déterminèrent un module de Young de 2×10^4 kg/Cm^2. A partir d'un agrandissement de collagène tendu (Fog. 18), on peut obtenir une dilatation de 1.62 environ et également une contrainte de :

$$\sigma = \varepsilon E = 1.62 \times 2 \times 10^4 = 3.24 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$$

En somme, n'importe quel matériau peut-être allongé par une force de tension suivant la direction de cette force. C'est ainsi qu qu'on détermine une mesure transversale de dilation avec la formule suivante :

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = -\mu\varepsilon_3 \qquad (5\text{-}1\text{-}1)$$

où les axes 1 et 2 se siteuent dans un plan transversal ; l'axe 3, dans un plan longitudinal. μ est appelé coefficient de Poisson. μ = 0.25 à 0.30 pour l'acier, 0.25 pour le verre (Courbon J. 1964). Les coefficients de Poisson pour le bémur bovin désséché ont été rapportés par Lang S. B. (1969) suivant :

$\mu_{12} = 0.321$; $\mu_{13} = 0.330$, $\mu_{31} = 0.228$.

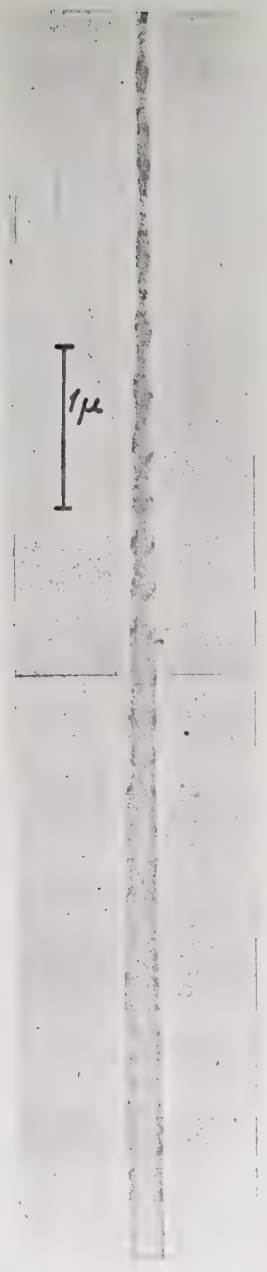


Fig. 18.
Un collagène tendu.
(d'après Schmitt F.O.).

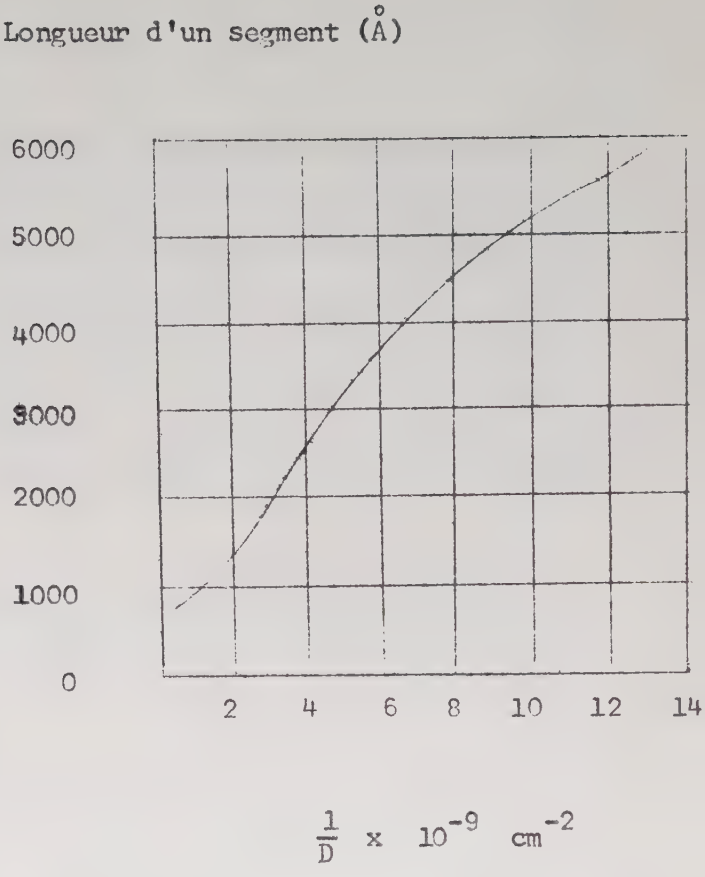


Fig. 19. Courbe force-élongation : la longueur d'un segment de fibrille est inversement proportionnelle à sa section (d'après Schmitt F. O.).

Pour le collagène, le coefficient de Poisson n'a pas encore été trouvé. Si on mesure sur la fig. 18, on trouve les coefficients de dilatation suivants :

$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.67$ et comme on avait déjà $\varepsilon_3 = 1.62$ la formule (5-1-1) donne pour le collagène, un coefficient de Poisson égal à :

$$\mu_{13} = \frac{0.67}{1.62} = 0.414.$$

V. 2. CROISSANCE DE L'OS.

La croissance normale d'un os long est fonction des développements harmonieux des différentes parties : le cylindre, les épiphyses et les infundibulums. Leur croissance se développe rapidement durant la période de première ossification, mais elle ralentit dès le début de la seconde ossification (Leblond C. P. et d'autres, (1961).

Des travaux antérieurs et deux plus récents de Sissons H. A. (1961) ont confirmé le fait évident de la croissance de l'os en longueur dans les zones des plaques épiphysaire et du remaniement dans diverses régions du corps de l'os long.

Frost H. M. a clairement expliqué dans son ouvrage la croissance de l'os en 1967. Un schéma de la structure fondamentale de l'os est donné ci-dessous :

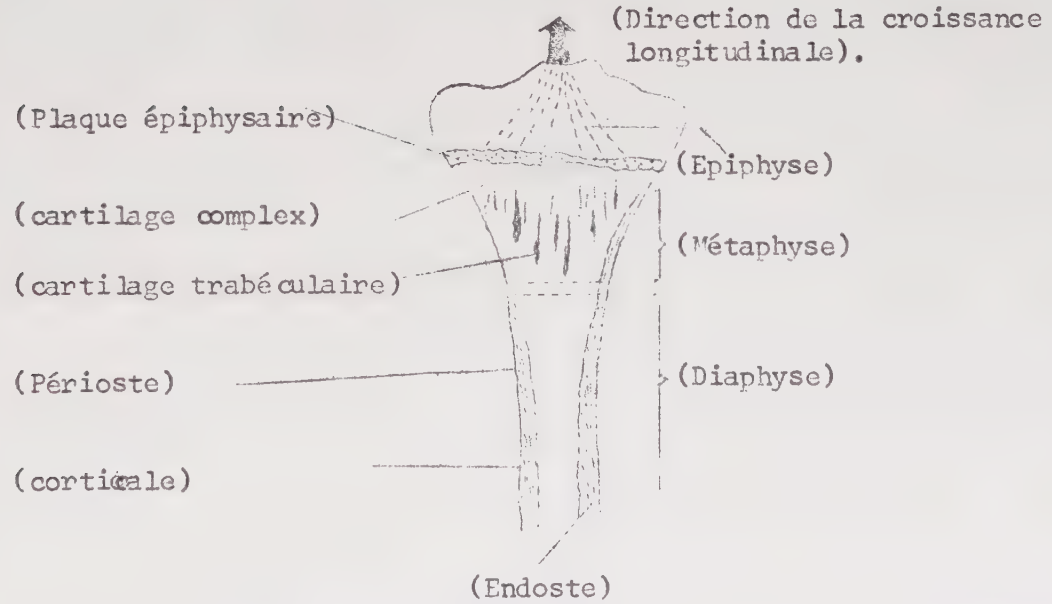


Fig. 20. Structure fondamentale de l'os avec sa nomenclature d'après Frost H. M., 1967).

La croissance de l'os est caractérisée par un centre de croissance appelé épiphyse, séparé du corps principal de l'os par une couche de cartilage diaphane appelée plaque épiphysaire. C'est dans cette plaque que se produit la majeure partie de la croissance de l'os, connue sous le nom de premiere ossification (Leblon C. P., 1961).

Un processus complexe des activités cellulaires transforme ce cartilage en une lamelle d'os, toute neuve. On a, pense-t-on, affaire à un processus nommé ossification endochondral. Ce processus s'arrête vers l'age de 20 ans.

Il existe trois sortes d'activités cellulaires dans l'os : la résorption de l'os par une espèce de cellules spéciales appelées ostéoclastes qui résorbent ou détruisent l'os : la formation de l'os par les ostéoblastes qui renouvellent l'os : la 3ème activité cellulaire est la génération de nouvelles cellules ostéoclastes et ostéoblastes (ou cellules mesenchymes).

La croissance de l'os va créer une très grande force. Une étude a été faite en vue de déterminer la force exercée lors de la croissance de l'os d'épiphyse, et une série d'expériences réalisées sur des veaux ont obtenu des progrès notables en trois ans (Stronbino L. J., et d'autres, 1952).

Ils ont découvert qu'une force de compression très forte s'est developpé sous le clou placé l'épiphyse et sous celui qui se trouve au milieu du corps du tibia (diaphyse). Les appareils de mesure utilisés dans cette expérience sont montrées dans Fig. 21.

Ils remarquèrent que, malgré une grande force (400 livres) le tibia grandit à une même vitesse. La pression y est de 475 psi (33.3 kg/cm^2) pour les zones situées entre le clou et l'épiphyse et une pression d'nviron 2500 psi (175kg/cm^2) pour la corticale.

Un essai (Blount W. P. et d'autres, 1952) montra qu'une force de traction de 900 livres (408.2 kg) peut briser une agrafe en acier (Fig. 22).

Des chercheures ont remarqué, par les facteurs biologiques de l'os, il est possible de développer cette force pendant la croissance de l'os.

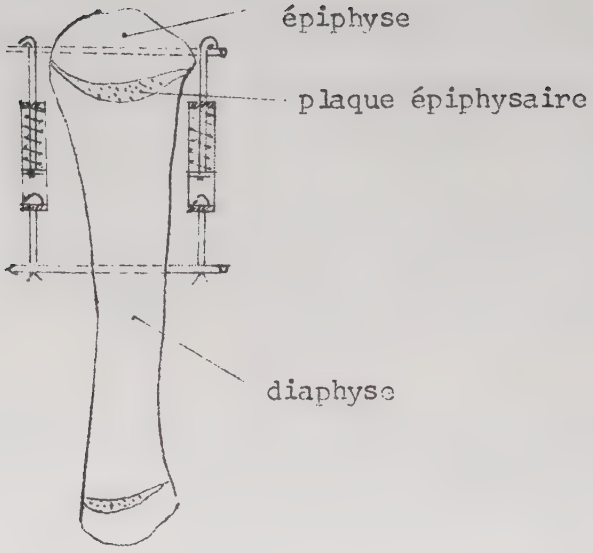


Fig. 21. Le schéma montre la tension créée dans l'appareil de mesure à ressort que l'on a inséré à l'intérieur de l'animal.

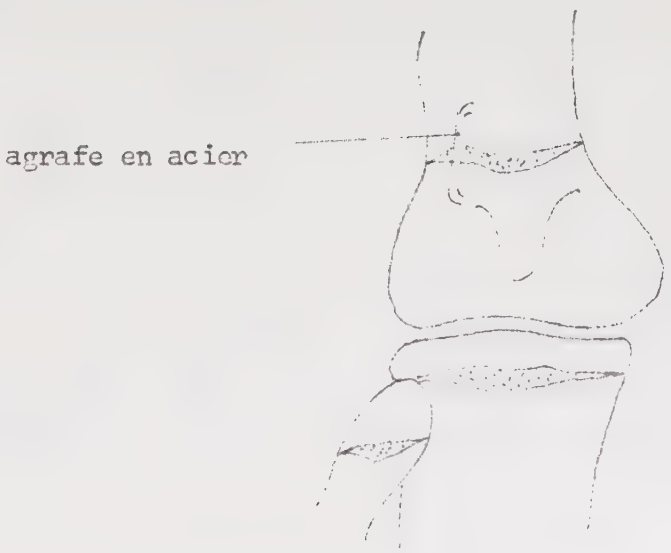


Fig. 22 Un schéma montrant l'emplacement de l'agrafe.

Sissons H. A. (1961) a également confirmé que de tels facteurs intrinsèques ont une importance primordiale quant à la détermination de la forme des os.

Ces facteurs intrinsèques ou biologiques de l'os, exposés par de nombreux spécialistes, jouent un role mécanique provoqué par les ostéoblastes dans leur fonction de renouvellement d'os.

Pritchard J. J. (1961) a expliqué le processus cytoplasmique de l'ostéoblaste. Il adécrit que des déplacements considérable des cellules les unes par rapport aux autres, pouvaient se produire dans casser les agrafes.

Nous pouvons apercevoir une relation mécanique entre toutes ces activités cellulaires. La relation spécifiquement dynamique entre les composants de l'os n'a cependant pas été déterminée. Une étude sur la force biologique de l'os a été tentée récemment.

V. 3. QUELLES SONT LES FORCES QUI PROVOQUENT LA PRECONTRAINTE DANS L'OS ?

Strobino L. J. et Farr L. E. (1949) ont fait des recherches sur les variations de teneur en azote et de teneur en cendre en fonction de la localisation le long de l'axe longitudinal de l'os long et montrent l'existence de courbes paraboliques.

Les analyses ont été faites sur le cortex de l'os et ils ont conclu que les extrémités de la diaphyse contenaient un maximum d'azote alors que le minimum d'azote se situait en un point intermédiaire caractéristique de chaque os. La teneur en cendre varie en sens de la teneur en azote, toutes deux en fonction de la localisation de l'os.

En fonction de l'âge, ils ont trouvé que plus l'animal était âgé, plus la teneur en azote diminuait, alors que la teneur en cendre augmentait d'autant. Les courbes sont indiquées dans la Fig. 23.

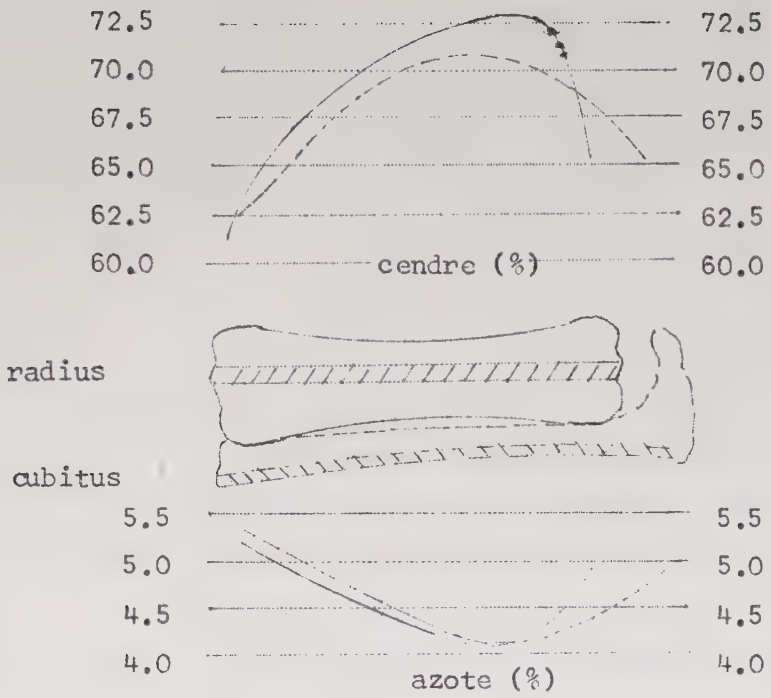


Fig. 23. Détermination d'azote et de cendre contenus dans le radius et le cubitus. Les résultats pour le radius sont représentés en trait plein, ceux du cubitus en pointillé.

Rogers H. J. et d'autres (1952) firent également remarquer qu'il y a une augmentation du rapport calcium/azote suivant l'age du sujet, à partir d'échantillon de fémur humain. Ils considéraient que l'accroissement est continu pendant toute la durée de la vie.

Stronino et Farr (1949) expliquèrent les résultats d'éxpérience de la manière suivante : La diminution de la teneur en cendre des tubérosités reflète en changement dans la composition, accompagné d'un changement dans la fonction car; à ce point de vue, l'os n'agit pas comme un mécanisme de support rigide mais comme un étai servant à fixer le tendon. L'os plat, milieu du corps de l'os, dans lequel la structure du support est faible mais dont le degré de fixation du muscle est suprême, possède une faible teneur en azote. On peut penser que ces explications sont fondées sur les principes de la physiologie seulement.

Du point de vue mécanique, le moment fléchissant maximum se produit ordinairement en un point intermédiaire appliqué par des forces extérieures. Par conséquant, la partie médiane du corps de l'os devrait être le point de départ d'une forte résistance, selon les principes de la mécanique.

La courbe teneur azote-localisation longitudinale de la Fig. 23 est confrontée avec celle de la résistance localisation longitudinale de l'os, ce qui a été réalisé dans notre expérience. Les deux courbes ont la même forme mais de sens inversion.

L'azote est l'élément principal de la substance organique de l'os et le collagène constitue pour 50 à 65% de la quantité d'azote (Robinson R. A. 1952). (Elle est différente de celle sur le tableau I). On peut donc déduire de la courbe teneur azote-localisation longitudinale (Fig. 23), une nouvelle courbe teneur collagène-localisation. Ce qui signifie que cette nouvelle courbe a également la même forme que la courbe résistance-localisation longitudinale, mais de sens inverse.

Le collagène oppose une résistance aux tensions, ce qui a déjà été confirmé par de nombreux spécialistes. La partie médiane du corps de l'os devrait avoir une teneur en azote plus importante si on tient compte du fait que l'os possède une structure de barre composée. Mais en réalité ce n'est pas tout à fait cela. Il sera plus conforme au fait que le collagène est précontraint dans l'os.

Qu'est-ce que la précontrainte dans l'os et quelles sont les forces qui la provoquent? Avant toute discussion, nous donnons l'exemple simple suivant :

Une barre composée est constituée d'une matière formée par une plaque de cuivre accolée à une plaque en acier. Après l'avoir exposée à la chaleur, elle se courbe du côté de la plaque en acier. La plaque en cuivre était soumise à une force de compression alors que la plaque en acier était soumises à une tension. Ce phénomène était due à la différence des coeffieients linéaires de dilatation à la chaleur. Pour une même augmentation de température, la dilatation du cuivre est plus importante que celle de l'acier, quand elles s'allongent librement. Mais elles ont une forte contraction et sont obligées d'avoir une élongation de même grandeur. Ainsi la plaque en cuivre est soumise à une compression alors que la plaque d'acier est soumise à une tension. Si elles possédaient la même section, les contraintes seraient identi-

ques, qui sont données par les équations suivantes :

$$\sigma_c = \sigma_a = \frac{(\alpha_c - \alpha_a) \cdot l \cdot \Delta T \cdot E_c \cdot E_a}{E_c + E_a} \quad (5\text{-}3\text{-}1)$$

ou σ, E, α, Δt et l représentent respectivement la contrainte, le module d'élasticité, le coefficient linéaire de dilatation à la chaleur, la différence de température et la longueur initiale. Les indices "c" et "a" concernent respectivement le cuivre et l'acier.

Dans un os où l'apatite et le collagène grandissent à des vitesses différentes, la croissance de l'apatite est plus rapide que celle du collagène dans le processus de la croissance de l'os. Il existe une grande adhésion entre eux, ce qui leur procure obligatoirement une même vitesse dans leur croissance ; il existe également un couple de contraintes que ce soit en tension et en compression, si toutes les deux se produisent simultanément et respectivement dans le collagène et dans l'apatite. Ceci est semblable à l'exemple précédent où la contrainte est provoquée par la différence des coefficients de dilatation à la chaleur pour le cuivre et l'acier.

La force de tension et la force de compression doivent exister en proportions égales dans le collagène et dans l'apatite.

Nous avons :

$$\sigma_c \cdot A_c = \sigma_a \cdot A_a \quad (5\text{-}3\text{-}2)$$

et nous obtenons :

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_c} = \frac{A_c}{A_a} \quad (5\text{-}3\text{-}3)$$

dans une unité de volume d'os, les deux constituants doivent avoir une unité de longueur. Il devient :

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_c} = \frac{V_c}{V_a} \quad (5\text{-}3\text{-}4)$$

où $\frac{V_c}{V_a} = \frac{M_c \cdot \rho_c}{M_a \cdot \rho_a} = \frac{\sigma_a}{\sigma_c}$

soit : $\frac{M_c}{M_a} = \frac{\rho_a \cdot \sigma_a}{\rho_c \sigma_c}$

Nous avons $\rho_c = 1.35$ (Flory P. J. et Spurr D. K., 1961, voir P. 7) et $\rho_a = 2.9$ donné par Tableau 1 (P. 5).

Nous obtenons $\frac{M_c}{M_a} = 2.15 \cdot \frac{\sigma_a}{\sigma_c}$

Le terme M_c/M_a, qui représent le rapport :
poids collagène/poids apatite, avait déjà été indiqué dans la fig. 16. C. La relation entre la résistance de l'os et le rapport collagène/apatite étant donnée par l'équation (3-2-3-2) ou x est remplacé par $2.15 \frac{\sigma_a}{\sigma_c}$, nous obtenons une nouvelle équation :

$$y = - 34.2 \frac{\sigma_a}{\sigma_c} + 24.7 \qquad (5\text{-}3\text{-}5)$$

Cette équation représente la contrainte de rupture de l'os (y) en fonction de la précontrainte dans le collagène et l'apatite Si la précontrainte d'apatite est constante, les os, dans lesquels, le collagène obtient une précontrainte plus importante, possède une résistance plus importante.

Dans la croissance de l'os, le point C de la Fig. 10, point originel, grandit suivant l'axe longitudinal en s'étirant à partir des deux extrémités. Cet os jeune possède une teneur en collagène maximum (Strobino L. J. et Farr L. F., 1949).L'apatite se développe plus rapidement que le collagène, pendant une même période. C'est pourquoi le point originel obtient un maximum de résistance pendant une très grande période de précontrainte.

La courbe résistance-localisation du corps de l'os, est une fonction linéaire où la résistance est inversement proportionnelle au rapport collagène-apatite (Fig. 16-C) et les courbes qui représentent la teneur en cendre en fonction de la teneur en azote suivant localisation de l'os long (Fig. 23), devraient satisfaire à l'explication.

La précontrainte existe en permanence dans le collagène qui ne doit pas être facilement cassable (Knèse K. H., 1958) et sa contrainte limite très élevée en tension peut-être utilisée dans la précontrainte. La faiblesse en tension de l'apatite peut-être surmontée.

La contrainte rend l'os bon pour matériau de génie civil, et le squelette devient un matériau léger de construction (Knèse K. H. 1958).

Le tableau 9 est donné ci-dessous afin de comparer les propriétés mécaniques, de l'os et des autres matériaux de génie civil.

TABLEAU 9

Matériaux	Densité	contrainte limi.		Module de Young.		Rapport de contrainte de rupture : (2)
		tension kg/mm^2	compres. kg/mm^2	tension $10^3 kg/mm^2$	compres. $10^3 kg/mm^2$	en tension / en fléchissant
Acier	7.8	42	14	0.168	0.168	0.5
Os	1.7 (4)	9.4	12.0	1.45	1.6	0.3
Bois	1.68(1)	9.8(3)	6.5(3)	0.803(1)	0.837(1)	0.1
Béton	2.2	0.28	3.5	2.8	2.8	-

Remarques : (1) Rochette P. (1964), pour Licaria. (2) Bell G. H., (1961). (3) Poulignier J., (1942), pour Platane. (4) Il est considérés par plusieurs spécialistes. 0.795 était déterminé pour le péroné par Kivilahkso E. (1965).

VI. CALCUL DE LA CONSTRUCTION MECANIQUE DE L'OS.

VI. 1. ETUDES SUR LE BETON ARME.

Dans la technologie du béton armé (Guerrin A., 1968), le réglement prescrit de ne pas tenir compte du béton tendu, qui peut être fissuré, pour le calcul des contraintes. Négliger le béton tendu constitue donc selon les considérations classiques une bonne régle de sécurité. Dans les réglements récents la contrainte de traction permise pour le béton est donnée par ;

$$\sigma'_b = \rho'_b \cdot \sigma'_{28}$$

en général, $\sigma'_b = 13 kg/cm^2$.

Dans la théorie de la rupture du béton armé, on suppose que le béton tendu n'intervient pas, la fissuration se produit jusqu'à l'axe neutre, et le glissement entre l'acier let le béton n'existe pas non plus (Robinson J. R., 1962). Mais en pratique, le glissement existe entre l'acier et le béton dans le béton armé, quand on est en charge.

L'adhérence est définie comme l'action des forces de liaison qui s'opposent au glissement des armatures suivant l'axe des barres d'acier par rapport au béton qui les enrobe. Le béton adhère bien à la barre d'acier et ce collage existe ; mais il est détruit par les glissements relatifs des deux matériaux..

La contrainte d'adhérence est :

$$\tau_d = \frac{F}{p dx} \quad \text{ou} \quad \tau_d = \left(\frac{dM}{z}\right) \frac{1}{p dx} \qquad (6\text{-}1\text{-}1)$$

où dM/z est la force de traction dans la barre d'acier due au moment de flexion et p le périmètre de l'armature.

Le glissement sera égal à

$$g_o = \frac{1}{E} \left(d \cdot \sigma'_a - \int_o^d \sigma' \, dx\right) \qquad (6\text{-}1\text{-}2)$$

L'équilibre de longueur dx la barre permet de calculer la contrainte d'adhérence. Projetons en effet les forces agissantes sur l'axe de la barre ; il vient, ϕ étant le diamètre de la barre (Fig. 24).

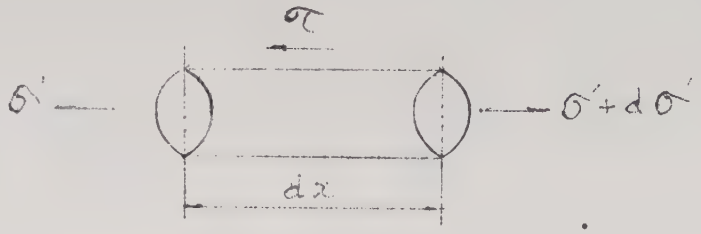


Fig. 24.

$$\pi \phi \tau \, dx = \frac{\pi \phi^2}{4} d\sigma' \qquad (6\text{-}1\text{-}3)$$

soit :

$$4 \tau \, dx = \phi \, d\sigma' \qquad (6\text{-}1\text{-}4)$$

Nous supposerons τ égal à une moyenne constante τ_g :

$$\sigma' = \frac{4}{\phi} \tau_g x \qquad (6\text{-}1\text{-}5)$$

La valeur de d est celle de x pour $\sigma' = \sigma'_a$

$$d = \frac{\phi \, \sigma'_a}{4 \tau_g} \qquad (6\text{-}1\text{-}6)$$

et l'on a :

$$\int_0^d \sigma' dx = \frac{\phi}{8} \frac{\sigma'^2_a}{\tau_g} \qquad (6\text{-}1\text{-}7)$$

d'où par (6-1-2) la valeur cherché de g_o :

$$g_o = \frac{\phi}{8} \frac{\sigma'^2_a}{E \tau_g} \qquad (6\text{-}1\text{-}8)$$

Robin J. R. (1961) a obtenu un ordre de grandeur de g_o avec cette formule

		Rond doux lisse	Barre, à haute adhérence.
Ø	(mm)	20	20
σ'_a	(kg/cm^2)	1400	2100
τ_g	(kg/cm^2)	20	40
E	(kg/cm^2)	$2x10^6$	$2x10^6$
g_o	(mm)	0.12	0.14
d	(cm)	35	26

Des valeurs de τ_g déterminées expérimentalement pour 4 types de surface de barre d'acier de 20mm de diamètre, sous glissement de 0.01mm :

Barre polie	12.5 kg/cm^2
Barre brute	48.8 "
Barre corrodée	61.3 "
Barre très corrodée.	63.7 "

VI. 2. ETUDES SUR LE BETON PRECONTRAINT.

Quelles différences existe-t-il entre le béton armé et le béton précontraint ?

Premièrement, des différences de fabrication et d'utilisation du matériau.

Guyon Y. (1966) a écrit : " Le béton armé est un matériau mixte, dans lequel on assigne à chacun des deux constituants, le béton et l'acier un rôle distinct, le béton étant chargé de résister aux contraintes de compression et l'acier aux contraintes de traction.... Le béton précontraint n'est pas un matériau mixte,; C'est par essence du béton, c'est-à-dire un matériau qui, s'il était utilisé à l'état naturel, résisterait bien à la compression, mal à la traction".

Deuxièmement, une différence de traitment des forces dans la structure intrinsèque.

Dreux G. (1965) a écrit : " Le principe du béton armé consiste à faire prendre, par des aciers, la totalité des efforts de traction dans une structure où l'on suppose que le béton tendu est fissuré, par principe et que sa résistance à la traction est nulle... Les constructions précontraintes sont des constructions soumises à un systèmes d'efforts permanents... Le béton reste toujours comprimé".

En 1907, Koenen réalisa des poutres en béton armé dont les barres furent soumises à des tractions de 6kg/mm^2. C'était la première expérience de béton précontraint dau monde.

Freyssinet a fait ses fameuses expériences en 1928. La contrainte de tension dans l'acier fut élevée jusqu'à 80 à 100 kg/mm^2. Actuellement les techniques du béton précontraint ont une grande extension.

Le béton armé est un matériau mixte avec composants, la barre d'acier et le béton. Dans le béton armé, le béton en traction est faible, il faut la renforcer par des barres d'acier.

Le béton s'oppose aux contraintes de compression et l'acier à celles de traction. Le matériau précontraint n'est pas un matériau mixte. L'essence même du béton est utilisée pleinement pour sa facilité à supporter la compression. Une force de compression permanente est en action à l'intérieur du matériau pour s'opposer aux forces extérieures de traction.

Dans la fabrication du béton précontraint, les cables sont en général disposés à l'intérieur du béton. Dans certaines constructions, les câbles sont extérieurs au béton. On ménage plus généralement les conduits à l'aide de gaines en feuillard ou en plastique. Après le bétonnage, les cables sont enfilés suivant les conduits (ou les câbles gainés sont disposés dans les coffrages avant bétonnage). Après durcissement et prise, des vérions saisissent les câbles et tirent sur ceux-ci en prenant appui sur le béton. Ils mettent donc le béton en compression.

Les principaux systèmes de précontrainte sont les suivants (Guyon Y., 1964).

1°. L'arrangement des cables.

2°. Le système de mise en tension.

3°. Le système d'ancrage.

4°. Le système de transfert.

En france, la résistance pour le béton précontraint doit être de 83% de 330 à 380 kg/cm^2 par cube à 28 jours ; pour les cables 80% de la contrainte de rupture de l'ordre de 140 à 180 kg/mm^2, sont nécessaires.

Une étude des différences entre le béton armé et le béton précontraint sur un exemple simple, conduira à des conclusions importantes (Guyon Y., 1966).

Une poutre rectangulaire supportant deux charges P, est appuyée sur deux appuis (Fig. 25).

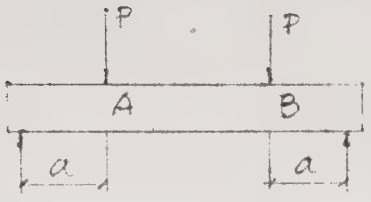


Fig. 25.

La partie centrale AB est soumiese à un moment constant M = pa. Dans la solution en béton armé, on a disposé un renforcement de la partie inférieure de la poutre pour s'opposer à la force de traction. Dans cette région inférieure, le béton se fissure et l'acier s'allonge et se met en traction. Le béton de la partie supérieure est en compression. Dans la section fissurée, le moment résistant

$$M_r = z \cdot \frac{Rbx}{2}$$ (Fig. 26).

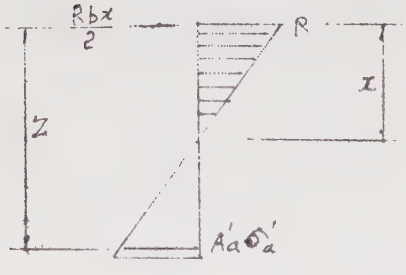


Fig. 26.

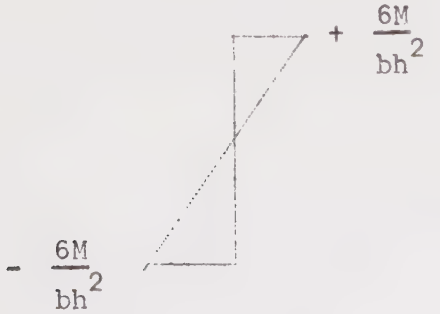


Fig. 27

Le Diagramme des contraintes sous les charges extérieures est montré par la Fig. 27. Il nous montre que la fissuration existe dans la partie inférieure.

Dans une réalisation en béton précontraint, la fissuration sera évitée, Avant la charge, une contrainte uniforme, de compression est appliquée jusqu'à $\frac{6M}{bh^2}$ dans le béton pour annuler les contraintes de traction $-\frac{6M}{bh^2}$. Le diagramme des contraintes nous est donné par la fig. 28. Dans les fibres upérieures en charge, la contrainte résultant sera égale à $\frac{12M}{bh^2}$. Et comme il faut que cette

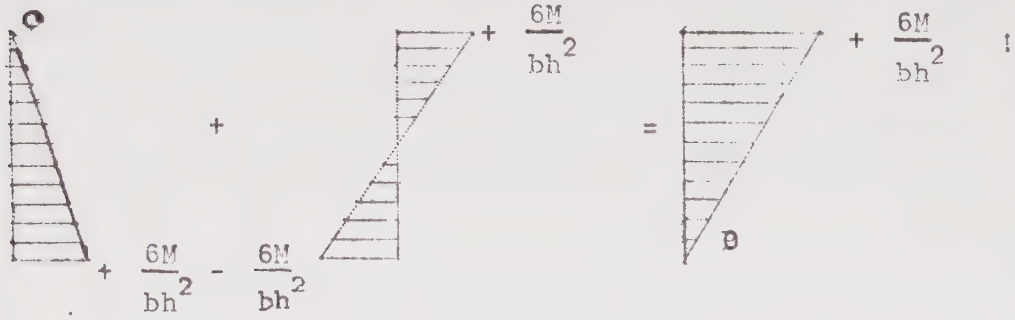
contrainte reste inférieure ou égale à la contrainte admissible R pour le béton en compression. Nous avons $\frac{12M}{bh^2} = R$.

Si h est déterminé,

Contraintes préalables + surcharges = Etat résultant.

Fig. 28.

nous aurons $bh = \frac{12M}{Rh}$, ce qui fait deux fois plus de béton pour une poutre en béton armé. Cette solution est mauvaise, nous avons une autre solution donnée par la fig. 29.



Contraintes préalables + Surcharges = Etat résultant

Fig. 29

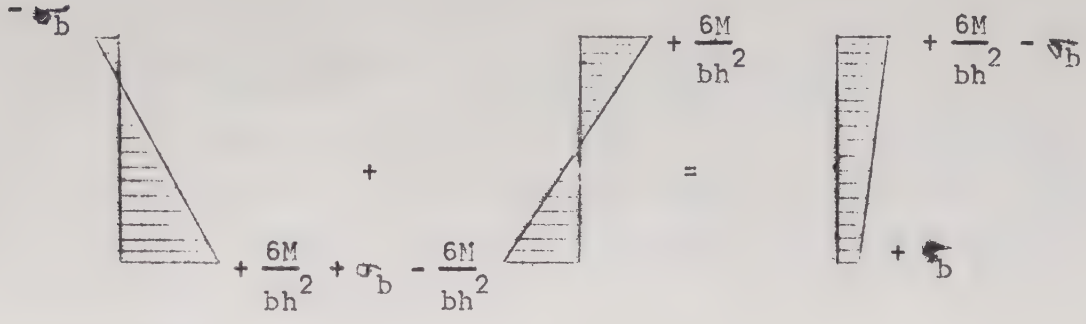
Une contrainte uniforme de compression crée un triangle qui varie de 0 en haut à $+\frac{6M}{bh^2}$ en bas. En charge, les tractions sont ainsi annulées en bas. La contrainte résistance en haut est $\frac{6M}{bh^2}$.

Par conséquent, pour une même hauteur h, on a deux fois moins de béton

que la solution précédente. Le béton tendu n'existe pas pendant mise en charge de la poutre.

Ceci nous montre que si le matériau est utilisée au maximun la contrainte atteint effectivement la limite.

Par exemple : le béton subit une légère contrainte de traction nous avons le diagramme de la fig. 30.



contraintes préalables + Surcharges = Etat résultant

Fig. 30.

Ceci nous montre que l'état résultant de la Fig. 30 est meilleur.

VI. 3. CALCULS MONTRANT QUE L'OS EST UN MATERIAU PRECONTRAINT ANALOGUE AU BETON ARME PRECONTRAINT.

VI. 3. 1. Définition du Béton Armé Précontraint pour l'os.

Avant de faire les calculs sur le collagène précontraint, il est nécessire de définir la construction mécanique de l'os.

Le collagène est inclus dans l'apatite et dans la substance cimenteuse (Robinson R. A., 1952). L'adhérence entre l'apatite et le collagène est semblable à celle existant entre le béton et l'acier dans le béton armé qui a été défini comme étant un matériau mixte. (Guyon Y., 1966).

Par ailleurs, la structure mécanique de l'os ressemble à du béton précontraint, (Knese K. H., 1958) dans lequel il existe une contrainte permanente, (Dreux G., 1966).

L'os n'est donc semblable d'une part, à un matériau mixte du béton armé, d'autre part à un matériau pourvu d'une contrainte permanente comme le béton précontraint. En conséquence nous ne pouvons

ni l'assimiler à l'un ni à l'autre.

On peut l'appeler "Béton Armé Précontraint" pour faire le rapprochement avec la structure mécanique et la construction intrinsèque de l'os. Cette construction est semblable à celle d'une poutre fabriquée par Koenen (1907), la première expérience de béton précontraint dans le monde.

VI. 3. 2. La précontrainte du collagène et de l'apatite.

Les propriétés mécaniques de l'os ont été exposées dans les chapitres précédents. Les contraintes limites et les modules d'élasticités de l'os, de l'apatite et du collagène sont résumés dans le Tableau 10 en vue d'études ultérieures.

Tableau 10

Eléments	Os		Apatite		Collagène	
Propriétés mécaniques	σ_{os} kg/mm^2	E_{os} 10^3kg/mm^2	σ_a kg/mm^2	E_a 10^3kg/mm^2	σ_c kg/mm^2	E_c 10^3kg/mm^2
Tension	9.4(3)	1.45(2)	4.55(2)	1.75(2)	11.75(4)	0.2(1)
Compression	12(3)	1.60(3)	63.33(4)	5.55(4)	8.95(4)	-

Remarques :

(1) Flory P. J. et Spurr D. K., (1961).

(2) Currey J. D., (1964a).

(3) Déterminés sur le Tableau 4 pour l'os humide.

(4) Supposés par l'auteur de cette thèse.

Si l'os est considéré comme une barre composée - Le béton armé, le collagène comme l'acier s'oppose à la force de traction et l'apatite, comme le béton à la compression. L'apatite ne s'oppose pas à la traction, c'est la même hypothèse que celle du béton dans le béton armé.

Si l'os est soumis à une force de traction extérieure, lorsque la force atteint un certain niveau la fissuration de l'apatite apparait et se développe jusqu'à la rupture, l'os est alors brisé. Cela veut dire que les contraintes de l'apatite jouent un role important dans la fissuration de l'os, pendant que la force de traction croit. Nous avons la dilatation limite en traction dans l'apatite.

$$\varepsilon'_a = \frac{\Sigma'_a}{E'_a} = \frac{4.55}{1.75 \times 10^3} = 2.6 \times 10^{-3} \qquad (6\text{-}3\text{-}2\text{-}1)$$

Il n'y a pas de glissement entre apatite et collagène, même hypothèse que pour le béton armé. Ces léléments subissent la même dilatation. Le collagène supporte une contrainte de tension égale à :

$$\sigma'_c = \varepsilon'_c \cdot E'_c \qquad (6\text{-}3\text{-}2\text{-}2)$$

où $\varepsilon'_c = \varepsilon'_a = 2.6 \times 10^{-3}$, et $E'_c = 0.2 \times 10^3$ kg/mm^2. Nous avons

$\sigma'_c = 0.52$ kg/mm^2 .

Une contrainte limite en tension de 4.55 kg/mm^2 peut-être supportée par l'apatite quand l'os est fissuré. Puisque l'équation (5-3-5) $y = -7.5\frac{\sigma_a}{\sigma_c} + 24.$ est utilisée pour déterminer le rapport des contraintes de rupture dans l'apatite et le collagène. Nous avons eu déjà (5-3-3) $\frac{\sigma_a}{\sigma_c} = \frac{A_c}{A_a}$, on trouve

$$\Sigma'_{os} = -7.5 \frac{A_c}{A_a} + 24.7 \qquad (6\text{-}3\text{-}2\text{-}3)$$

où $\Sigma_{os} = y = 9.4$, la contrainte en tension de l'os (Tableau 10). Nous obtenons

$$\frac{A_c}{A_a} = \frac{\sigma_a}{\sigma_c} = 2.07.$$

La résistance totale en traction est supportée par l'os :

$$\Sigma'_{os} = \frac{\Sigma'_a + \Sigma'_c \frac{A_c}{A_a}}{1 + \frac{A_c}{A_a}} \qquad (6\text{-}3\text{-}2\text{-}4)$$

Soit $\Sigma'_{os} = \frac{4.55 + 0.52 \times 2.07}{1 + 2.07} = 1.83 \text{kg/mm}^2$

qui pourrait être supportée par de tels composants dans l'os considéré comme une barre composée. Il y a une grande différence entre cette valeur et celle trouvée qui est de 9.4kg/mm^2.

Une structure de l'os analogue à celle du béton armé est impossible, cela est démontré par les calculs ci-dessus. De toute façon, nous ne pouvons pas trancher ce conflit.

En poursuivant avec l'autre solution en béton armé précontraint nous obtenons la valeur de la différence de 7.57kg/mm^2 qui doit être provoquée par la précontrainte. Sans force extérieure, le collagène subit la contrainte précédente en tension et l'apatite est en compression.

Pour l'os cassé en tension, d'après l'équation (6-3-2-4)

$$\Sigma_{os} = \frac{\Sigma'_a - \Sigma'_c \frac{A_c}{A_a}}{1 + \frac{A_c}{A_a}} \quad \text{où } \Sigma'_{os} = 9.4, \quad \Sigma'_a = 4.55 \text{ , nous trouvons}$$

$$\Sigma'_c = 11.75 \text{ kg/mm}^2$$

Il y a une même dilatation en tension pour l'os, pour l'apatite et pour le collagène. L'équation est donnée par :

$$\varepsilon' = \frac{\Sigma_{os}}{E'_{os}} = \frac{\Sigma'_a}{E'_a} + \frac{\sigma_a}{E_a} = \frac{\Sigma_c - \sigma_c}{E'_c} \qquad (6\text{-}3\text{-}2\text{-}5)$$

où $E'_c = 0.2\text{x}10^3$. Nous trouvons la contrainte en tension au collagène $\sigma_c = 10.45\text{kg/mm}^2$, d'où la contrainte en compression à l'apatite $\sigma_a = 21.63\text{kg/mm}^2$. C'est-à-dire que les contraintes intrinsèque de chacun des composants existent dans l'os quand il n'est pas en charge. Le collagène supporte une traction de 10.45kg/mm^2 et l'apatite une compression de 21.63kg/mm^2 ce qui provoque l'augmentation de la contrainte de 7.57kg/mm^2 dans l'os.

Quand une force s'exerce dans l'os suivant l'axe longitudinal, il s'allonge, la précontrainte dans l'apatite décroit jusqu'à zéro. tandis que simultanément, la contrainte de traction dans le collagène croit de 10.45 à 20.90kg/mm^2.

La contrainte et le module d'élasticité en compression pour l'apatite et les contraintes en tension et en compression pour le collagène de l'os cassé n'ont pas été déterminés. D'après (6-3-2-5) $\frac{\Sigma_{os}}{E'_{os}} = \frac{\Sigma'_a}{E'_a} + \frac{\sigma_a}{E_a}$, où $E'_a = 1.75 \times 10^3$, nous obtenons $E_a = 5.55 \times 10^3 \text{kg/mm}^2$.

La même dilatation en compression existe dans l'os, dans l'apatite et dans le collagène, nous avons donc :

$$\varepsilon = \frac{\Sigma_{os}}{E_{os}} = \frac{\Sigma_a - \sigma_a}{E_a} = \frac{\sigma_c - \Sigma_c}{E'_c} \qquad (6\text{-}3\text{-}2\text{-}6)$$

où $\Sigma_{os} = 12$, $E_{os} = 1.6\text{x}10^3$. Nous trouvons $\Sigma_a = 63.33\text{kg/mm}^2$

et $\Sigma_c = 8.95 kg/mm^2$. Ces deux valeurs nous permettent de controler la résistance en compression de l'os au moyen de l'équation :

$$\Sigma_{os} = \frac{\Sigma_a - \Sigma_c \cdot \frac{A_c}{A_a}}{1 + \frac{A_c}{A_a}} \qquad (6\text{-}3\text{-}2\text{-}7)$$

On trouve $\Sigma_{os} = 14.6 kg/mm^2$. Soit une différence 21.6% avec la valeur $12 kg/mm^2$ que nous avons accepté. Cette différenee est proche des 20% que l'on admet pour les échantillons en biologie.

Avant que la force extérieure soit appliquée à l'os, la dilatation du collagène due à l'état précontraint est donnée par :

$$\varepsilon'_c = \frac{\sigma_c}{E_c} = \frac{10.45}{0.2 \times 10^3} = 5.22 \times 10^{-2} \qquad (6.3\text{-}2\text{-}8)$$

L'apatite à une forte résistance à la compression et la contrainte préalable a été déterminée égale à $21.63 kg/mm^2$. Quand l'os est en compression la dilatation limite pour l'apatite est :

$$\varepsilon_a = \frac{\Sigma_a - \sigma_a}{E_a} = \frac{63.33 - 21.65}{5.55 \times 10^3} = 7.5 \times 10^{-3} \qquad (6\text{-}3\text{-}2\text{-}9)$$

On trouve $\varepsilon'_c > \varepsilon_a$, ce qui nous montrer que lorsque l'os est en compression, le collagène est en traction jusqu'à ce que l'os soit cassé.

Puisque le collagène est un matériau très faible en compresion, il est très protégé par la précontrainte contre la fissuration pendant le processus de compression. Le collagène bénéficie de la précontrainte lors de la compression ainsi que l'a confirmé le calcul.

Si l'os n'est pas précontraint, sa résistance est de $1.83 kg/mm^2$ ainsi qu'il a été suggéré. L'os accroit sa résistance en traction ,jusqu'à $9.4 kg/mm^2$. L'accroissement est de 420%.

VI. 3. 3. Calcul de l'adhérence entre apatite et collagène dans l'os.

Quand une poutre de béton armé est en charge, les tiges d'acier de la partie inférieure sont en traction. En pratique, il existe un glissement entre l'acier et le béton. L'adhérence est définie comme l'action d'une force s'opposant à ce glissement.

L'os est semblable à un matériau mixte comme le béton armé. Quand un os long est soumis à une force de traction dans une direction transversale, il existe un moment fléchissant. Le glissement entre apatite et collagène est le même que pour du béton armé. Dans ce paragraphe, nous considérons que le glissement est seulement du à la précontrainte.

On a déjà supposé des vitesses de croissances différentes pour l'apatite et le collagène. Un point original C pour la croissance possède la plus grande résistance dans le corps de l'os long. Une mince couche d'os est supposée en C, perpendiculaire à l'axe X. On suppose également que le centre d'une telle couche reste immobile pendant la croissance de l'os. (Fig; 31)

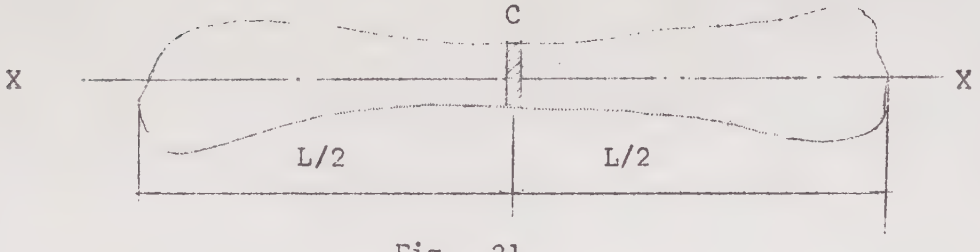


Fig. 31

La contrainte de croissance de l'apatite $\hat{\sigma_a}(x, t)$ est fonction du temps et de la position le long de l'axe longitudinal X. La contrainte de croissance dans l'os a une valeur de 2100 psi (1.47 kg/mm^2) trouvée pour le tibia d'une vache (Fig. 21)

Considérons pour l'étude, un morceau quelconque de l'os, un collagène est enveloppé par l'apatite (Fig. 32).

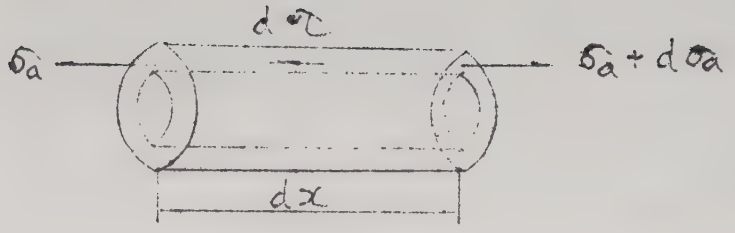


Fig. 32.

Nous avons l'équation :

$$d\sigma_o(x, t) = d\sigma_a(x,t) - d\tau(x, t) \quad (6\text{-}3\text{-}3\text{-}1)$$

que l'on intègre sur la moitié du corps de l'os expérimental sur la FiG. 21. En pratique, la mince couche C ne se situe pas au centre de l'os long. Dans notre expérience, elle se situe à 62% à partir de l'extérieure pour ele tibia humain. On écrit :

$$\int_0^{\frac{l}{2}} d\tau(x, t) = \int_0^{\frac{l}{2}} d\sigma_a(x, t) - \int_0^{\frac{l}{2}} d\sigma_o(x, t)$$

(6-3-3-2)

Si l'instant t est fixé, (6-3-3-2) devient :

$$\int d\tau = \int d\sigma_a - \int d\sigma_o \quad (6\text{-}3\text{-}3\text{-}3)$$

.Où $\int d\sigma_o = 1.47\ kg/mm^2$ représente la contrainte de croissance de l'os dans l'expérience de Stkobin (Fig. 21). Nous avons:

$$\tau = \sigma_a - 1.47 \quad (6\text{-}3\text{-}3\text{-}4)$$

Où $\sigma_a = 21.63 kg/mm^2$ qui a été trouvé dans le paragraphe (6-3-2) prix pour cet exemple, nous trouvons également;

$$\tau = 21.63 - 1.47 = 21.63 kg/mm^2$$

Un ordre de grandeur de la contrainte d'adhérence entre l'acier et le béton est de 0.2 à 0.4 kg/mm^2 (Robinson J. R. 1962).

Il est très intéressant de noter que la contrainte d'adhérence entre l'apatite et collagène possède une valeur pour la

Fig. 21, qui est peu différente de la valeur précédente. Ceci signifie que le dégré d'adhérence dans le béton armé et l'os est la même. La définition du "matériau mixte" du béton armé pour l'os dans le paragraphe (6-3-1) est confirmée par ce calcul.

Entre le collagène et l'apatite il y a un glissement qui peut être déterminé à partir du glissement avec la formule (6-1-8) dans le béton armé, dont la formule était :

$$g_o = \frac{\emptyset \cdot \sigma_c^2}{8E\tau}$$

Ou $\emptyset$ le diamètre du collagène : 640 Å ; σ_c contrainte dans le collagène : $10.45 kg/mm^2$; E module d'élasticité du collagène 0.2×10^3 kg/mm^2 ; τ contrainte d'adhérence : $20.16 kg/mm^2$.

Nous obtenons :

$$g_o = \frac{640 \times 10.45^2}{8 \times 0.2 \times 10^3 \times 20.16} = 2.17 \text{ Å}$$

L'odre de grandeur du glissement dans le béton armé est de 0.12 à 0.14mm, c'est environ 1/65 du diamètre de la barre d'acier (Robinson J. R., 1962).

2.17 Å correspondent à 1/340 du diamètre du collagène, ce qui est moins que pour le béton armé. Parce que la décontrainte du collagène est plus faible que la contrainte en cause dans la force extérieure pour l'acier du béton armé et que l'adhérence entre apatite et collagène dans l'os est plus élevée que celle existant entre béton et acier dans le béton armé.

VI. 3. 4. Moment fléchissant.

Le squelette est semblable à la charpente d'un bâtiment qui est une construction en matériau léger supportant tout le corps (Knèse K. H. 1958).

On peut assurer sans risques que les os ont une fonction mécanique dans le corps, de la même façon qu'une poutre a une fonction mécanique dans un batîment (Toridis T. D. 1969).

Dans la vie, le grand moment fléchissant qui pourrait être appliqué au tibia par le corps est limité par la rupture des tissus à travers lesquels les forces nécessaires sont transmises (Laurence M. et d'autres, 1969). Les ruptures apparaissent le plus souvent lors d'un choc accidentel sur le tibia. Pour obtenir une valeur du moment, 22 tibia humains ont été chargés par un moment fléchissant appliqué à trois points et cassés avec un moment de flexion égal en moyenne à 101 livres-pied (1400kg/cm) (Laurence M. et d'autres, 1969).

Une importante différence, qui existe entre une poutre et un os, est leur fabrication. Une poutre a des propriétés géométrique bien déterminées et est assurée pour la charge critique prévue dans son calcul. Il n'en est pas de même pour l'os. Il est nécessaire d'étudier la répartition des contraintes dans l'os.

Un tibia est en charge sur support libre, une charge P agit sur le point médian (FiG. 33). La charge propre, très faible devant la charge de rupture est négligée dans ce calcul.

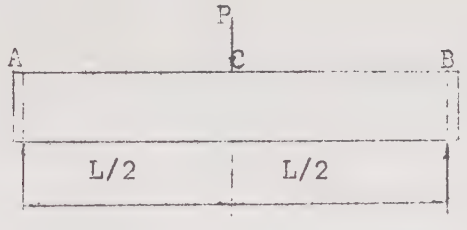


Fig. 33. Le tibia est en charge sur support libre.

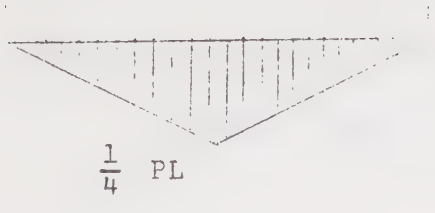


Fig. 34. Diagramme des moments.

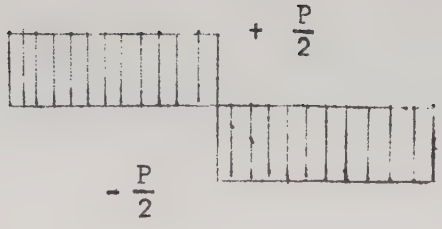


Fig. 35. Diagramme des efforts tranchants.

Il existe un moment important égal à $\frac{1}{4}$ Pl sur le point central (Fig. 34). L'ffort tranchant est égal à P/2 dans chaque partie de l'os. Au centre l'effort tranchant critique est égal à P.

Pour la fig. 34, le moment fléchissant maximal est donné par :

$$M = \frac{1}{4} Pl \qquad (6\text{-}3\text{-}4\text{-}1)$$

où M vaut 1400kg.cm, le résultat de l'expérience de Laurencœ, avec l = 32cm, nous obtenons P = 175kg à partir de (6-3-4-1).

La contrainte est maximale dans la section C. Le diagramme des contraintes sur l'axe Y est indiqué sur la Fig. 36.

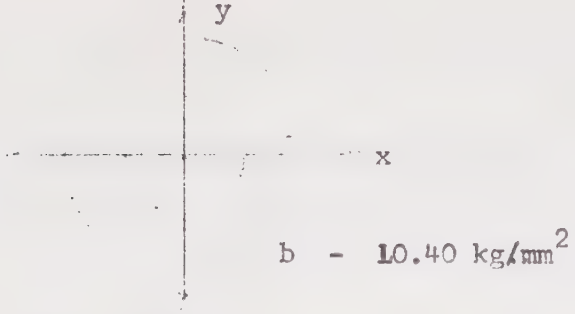


Fig. 36 a

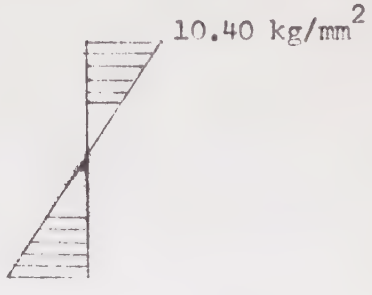


Fig. 36b

Sur les fibres extrèmes (Fig. 36b), la contrainte maximale vaut :

$$\sigma = \frac{My}{I} \qquad (6\text{-}3\text{-}4\text{-}2)$$

et la formule générale :

$$I = \int_s A\mathcal{S}.\ y^2 \qquad (6\text{-}3\text{-}4\text{-}3)$$

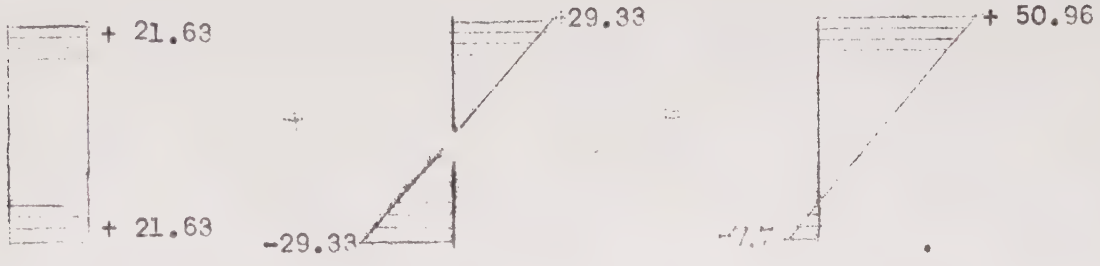
pour le moment d'inertie. Pour la section du tibia dans notre expérience, nous avons $I_x = 1.75cm^4$ d'après la formule :

$$I_x = \frac{A}{4}\ (b^2 + a^2) \qquad (6\text{-}3\text{-}4\text{-}4)$$

Dans la formule (6-3-4-2), y = 1.30cm, nous avons $\sigma = 10.40kg/mm^2$ qui est la contrainte maximale supportée par la fibre extrême. On le voit sur la Fig. 36b.

Une contrainte de $7.7kg/mm^2$ à la fibre extrême de la partie inférieure est trouvée dans (6-3-2-4). Cette valeur est la contrainte limite qui peut être supportée par l'apatite, quend l'os est en charge sur support libre (voir fig. 33).

Nous obtenons un diagramme pour la contrainte résultante en compression à l'apatite de la partie supérieure, et un diagramme pour les contraintes de rupture de charge à l'apatite (Fig. 37).



Contraintes préalables — contraintes de rupture de charge — Etat résultant

Fig. 37. Les diagrammes pour l'apatite

Le diagramme nous représente : l'os chargé jusqu'à rupture par le moment fléchissant, les contraintes de rupture de charge qui valent $29.33kg/mm^2$ supportées par l'apatite à l'extrémité de la partie supérieure et inférieure.

Dans le diagramme d'état résultant, on trouve que l'apatite supporte seulement une valeur de 50.96kg/mm^2 de la contrainte en compression à l'extrémité de la partie supérieure. Il y a encore un écart de 12.37kg/mm^2 pour atteindre la contrainte limite en compression de 63.33kg/mm^2 (voir tableau 10). C'est-à-dire qu'elle arrive à 80% de la contrainte limite en compression de l'apatite. C'est pourquoi la partie inférieure de l'os se brise toujours avant la partie supérieure pour les expériences où des os longs sont chargés par des moments fléchissants appliqués à trois points.

VII. CONCLUSION

Dans notre expérience, nous avons donc trouvé une courbe "Contrainte en compression-Localisation du tibia ". La contrainte en compression varie en fonction de la localisation dans le tibia suivant l'axe longitudinal qu'on peut assimiler à une trajectoire.

L'os est un matériau hétérogène, mais on peut dire également que sa constitution varie régulièrement suivant son axe longitudinal comme cette courbe.

L'orbite elliptique et l'équation matricielle suffisent pour déterminer une équation (3-1-3) qui montre la relation entre la contrainte en compression (y) et la localisation de l'axe longitudinal (x).

Dans la courbe de la Trajectoire, la contrainte maximum se situe à un point C à 62% de la longueur du tibia à partir de l'extrémité supérieure. Le point C est supposé être un point originel dans la croissance de l'os, pendant une très grande période de la précontrainte du tibia. Les deux extrémités du btibia qui sont plus jeunes possèdent uen résistance minimum. La précontrainte est donc une fonction de temps.

Le collagène et l'apatite sont des substances élémentaires de l'os qui possèdent des taux de croissance différents. L'apatite grandit plus rapidement que le collagène, ce qui provoque la précontrainte de l'os. Une contrainte permanente existe dans l'os même s'il n'est som soumis à aucune force extérieure.

Le collagène est en précontrainte de tension et l'apatite en compression. Ces deux précontraintes se manifestant simultanément dans l'os, on peut déterminer la proportion de collagène et de l'apatite dès que la crontrainte de rupture de l'os est connue.

Si l'apatite grandit plus prapidement que le collagène et rapport collagène/apatite sera plus faible. Le collagène et l'apatite auront alors une précontrainte en tension et uneprécontrainte en compression plus élevées, respectivement, ceci permet donc de supposer que l'os possède une grande résistance ; le rapport collagène/apatite est relatif.

à deux taux de croissance.

Pour deux os de même qualité (c'est à dire possédant même densité, même dimensions, etc...) l'os qui possède le plus grand rapport collagène/apatite possède alors la plus faible résistance. La contrainte de rupture est inversement proportionnelle au rapport collagène/apatite. Ce fait peut s'expliquer au moyen seul que l'os est un matériau précontraint.

Nous avons trouvé l'équation (3-2-3-2) qui exprime la relation entre la contrainte de rupture de l'os (y) et le rapport collagène/Apatite. Une autre équation (5-3-5) a été determinée pour la contrainte de rupture de l'os (y) en fonction du rapport en précontrainte collagène/apatite.

L'os possède donc, non seulment une propriété de "matériau mixte" du béton armé, mais encore une propriété de "contrainte permanente" du béton précontraint. La définition du "Béton Armé Précontraint" permet donc d'expliquer la constitution intrinsèque de l'os.

Des calculs ont été fait pour résoudre quelques problèmes de précontrainte de l'os.

La contrainte limite avec précontrainte est supérieur de 86% au moins à la contrainte limite sans précontrainte.

Le coefficient de Poisson pour le collagène a été determiné à 0.414.

B I B L I O G R A P H I E

Amtmann E., "The distribution of breaking strength in the human femur shaft" - J. of Biomechanics, pp. 271-277, 1 (1969).

Ascenzi A. et Bonucci E., "The ultimate tensile strength of single steons" - Acta Anatomy, pp. 160-183, 58 (1964).

Ascenzi A. et Bonucci E., "The Tensile properties of single osteons" - The Anatomical Record, pp. 375-386, 158 (1967).

Ascenzi A. et Bonucci E., "The compressive properties of single osteons" - Anatomy Record, pp. 377-392, 161 (1968).

Bell G. H., "Bone as a mechical engineering problem" - The biochemistry and physiology of bone, Academic Press Inc. (London) Ltd., 1961.

Bell G. H., Chambers J. M. et Dawson I. M., "The mechanical and structuram properties of bone in rats on rachitogenic diet" - J. Physiol., pp. 286-300, 106 (1947).

Biro F., Becker H., Healer J. et Messer M., "Experimental determination of the mechanical properties of bone" - Aerospace Medicine, pp. 44-48, Jan. (1968).

Blaimont P., "Etude biomécanique du fémur humain" - Acta Orthopaedica, Belgica, pp. 665-844, 34 (1968).

Blount W. P. et Zier F., "Contral of bone length" - The J. of the Am. Me. ical Assoc., pp. 451-457, 148 (1952).

Boedtker H. et Doty P., "On the nature of the structural element of Collagen" - J. of the Am. Chem. Soc., pp. 248-249, 77 (1955).

Bonfield W. et Li C. H., "Anisotropy of nonelastic flow in bone" - J. of Applied Phys., pp. 2450-2455, 38 (1967).

Carlstrom D. et Engström A., "Ultrastructure and distribution of mineral salts in bone tissue" - The biochem. and Physiol. of Bone, Academic Press Inc. (London) Ltd., 1961.

Carothers C. O. et Smith F. C. et Calabrisi P., "The elasticity and strength of some long bones of the human body" - Navel Med. Res. Inst. Project, NM001056, 02, pp. 1-18, 13 (1949)

Courbon J., "Resistance des Matériaux", Dunod, Paris, 1964.

Currey J. D., "Strength of bone" - Nature, pp. 513-514, 195 (1962).

CurrEY J. D., "Three analogies to explain the mechanical properties of bone" - Biorhelogy, pp. 1 - 10, 2 (1964a).

Currey J. D., "Mechanical aspects of the structure of bone" - J. Bone Joint. Surg., P. 356, 46B (1964b).

Currey J. D., "The mechanical consequences of variation in the mineral content of bone" - J. Bomechan., pp. 1 -11, 2 (1968).

Dempster W. T. et Liddicoat R. C., "Compact bone as a noneisotropic matérial" - The Am. J. of Anat., pp. 331 - 362, 91 (1952).

Dixons T. F. et Perkins H. R., The Chemistry calcification" - The Biochem. and Physiol. of Bone, Academic Press Inc. (London) Ltd, 1961.

Dreux G., " Pratique du béton précontraint", S. D. T. B. T. P., Paris, 1966.

Eastoe J. E., "The organic matrix of bone" - The bioch. and Physiol. of Bone, Academic Press Inc. (London) Ltd., 1961.

Eastoe J. E.,and Eastoe B., "The organic constitution of mammalian compact bone" - [illegible], 57 (1954).

Evans F. G., "Relations between the microscope structu and tensile strength of human bone" - Acta Anat., pp. 285-301, 35 (1958).

Evans F. G. et Bang S., "Differences and relationships between the physical peoperties and the microscopic structure of human femoral, tibial and fibular cortical bone" - Am. J. Anat., pp. 79.-88, 120 (1967).

Evans F. G. et Lebon M., "Regional differences in some of the physical properties of the human femur" - J. of Applied Physiol., pp. 563-572, 3 (1951).

Evans F. G. et Lebon M., "The strength of haman compact bone as revealed by engin ering technics" - Am. J. of Surgey, pp. 326-331, 83 (1952).

Evans F. G. et Vincentelli R., "Relation of collagen fibre orientation to some mechanical properties of human cortical bone" - J. Biomechan., pp. 63-71, 2 (1969).

Flory P. J. et Spurr D. K., "Melting equilibrium forcollagen fibers under stress elasticity in the amorphous state" - J. of the Am. Chem. Soci., pp. 1308-1316, 83 (1961).

Forssblad P., "Determination of elascity modulus of bone" - Acta Orthopaedica Scancinavica, pp. 262-268, 28 (1959).

Frost H. M., "An introduction to Biomechanics", C. C. Thomas, Springfield, Illinois, U. S. A., 1967.

Garret R. R. et Flory P. J., Evidence for a reversible first ordeur phase transition in collagen-diluent mixture", Nature, pp. 176-177, 177 (1956).

Guerrin A., "Traité de béton armé" Tome II, Dunod, Paris, 1968.

Hirsch C. et Sonnerup L., Macroscopes Rheology in collagen material" J. Biomechan., pp. 13-18, 1 (1968).

Huber L. et Rouiller C., " Les fibrilles collagènes de l'os (Etudes au microscope électronique)" - Experienta, pp. 339-340, VII/9 (1951).

Kivilahkso E. et Palolampi E., "On thz density of the ulna and on the relationship between density and cortex cthickness" - Acta Anat., pp. 325-329, 60 (1965).

Knese K. H., "Knochenstrucktur als verbundbau", Geory Thieme Verlag Stuttgart, 1958.

Lang S. B., "Elastic coefficient of animal bone" - Science, pp. 287-288, 165 (1969).

Laurence M., Freemen M. A. R. et Swanson S. A. V., "Engineering consideration in the internal fixation of fractures of the tibia shaft", -The J. of Bone and Joint Surg., pp754-768, 51B (1969).

Leblond C. P. et Greulich R. C.,"Autoradiographic studies of bone formation and graowth" - The Biochem. and Physiol.

of Bone, Academic Press Inc. (London) Ltd,, 1961.

Lichtwitz A et Partier R., "Calcium et maladies métaboliques de l'os", Tome I, l'Expension Scientifique Française, Paris 1964.

Macconaill M. A., "The movements of bone and joints, 4 - The mechanical structure of articulating cartilage" - J. Bone and Joint Surg Surg., pp. 444-451, 31B (1949).

Mather B. S., "The effect of variation in specific gravity and ash content on the mechanical properties of human compact bone - J. Biochan., pp. 207-210, 1 (1968).

McElhaney J., Fogle J., Byars E. et Weaver G., " Effect of emblalming on the mechanical properties of beef bone" - J. of Applied Physiol., p. 1234, 19B (1964).

McElhaney J. H. et Stalnaker R.,"Electric fields and bone loss of disuse" - J. Biomechan., pp. 47-52., 1 (1968).

Nold J. G. et Kang A. H., "Collagen molecules : Distribution of Alpha Chains" - Sciences, Pp. 1096-1098, 170 (1970).

Poulignier J., "Contribution à l'étude de l'élasticité du bois" Tg. Rennes (1942).

Pritchard J. J., "The osteoblast" - The Biochem. and. Physiol. of Bone, Academic Press Inc. (London) Ltd., 1961.

Robinson J. R., "Cours de Béton Armé", Tome I, Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1962.

Robinson R. A., "An electron-microscopic study of the crystalline inorganic component of bone its relationship to the organic matrix" - J. Bone and Joint Surg., pp. 389-435, 34A (1952).

Robinson R. A. et Watson M. L., "Collagen-crystal relationship in bone as seen in the electron microscope" - Anat. Record, p. 383, 114 (1952).

Robinson R. A. et Watson M. L., "Crystal-Collagen relationship in bone as observed in electron microscope. 3-crystal and collagen morphology as a function of age" - Aannals of the N.Y. Academy of Science, pp. 596-628, 60 (1955).

Rochette P., " Les bois, sa rupture, ses propriétés, ses utilisations", Dunod, Paris, 1964.

Rogers H. J. Weidmann S. M. et Parkinson A., " Studies on the skeletal tissues, 2 - The collagen content of bones from rabbits, oxen and humans" - Bioch. J., Pp. 537-542, 50 (1952).

Rouiller C., "Collagen fibers of connective tissue" - The Biochem. and Physiol. of Bone, Academic Press Inc. (London) Ltd. 1961

Schapira G., "Elements de Biochimie Humaine" Editions Médicales ; Flammarion, 1970.

Schmitt F. O., Hall C. E. et Jakus M. A., "Electron microscope investigations of the structure of collagen" - J. cell and Comp. Physiol." pp. 11-20, 20 (1942).

Schmitt H. P., "Uber die Beziehungen zwischen Dichte und Festigkeit des Knochens am Beispiel des menschlichen Femur" - Zeit. Für nat. und Entwick., pp. 1 - 24, 127 (1968).

Sissons H. A., "The growth in bone" - The Biochem. and Physiol. in bone", Academic Press Inc. (London) Ltd., 1961.

Smith J. W. et Walmsley R., "Factors affecting the elasticity of bone", J. of Anat., pp. 503-523, 93 (1959).

Smith R. W., "Dynamic measurement of viscoelastic properties of bone" - The Am. J. Of Med. Electr., p. 159, 4 (1965).

Strobino L. J. et Farr L. E., "The relation age function of reginal variation in nitrogen and ash content of bovine bones" J. Biol. Chem., pp. 599-609, 178 (1949).

Strobino L. J., French G. O., Colonnd P. C., "The effect of increasing tension on the growth of epiphseal bone" - Surg. Gynecol. and Obstetr., pp. 694-700, 95 (1952).

Toridis T. D., "Stress analysis of the femur" - J. of Biomechan. p. 163, 2 (1969).

Vose G. P. et Kubala A. L., " Bone strength - Its relationship to x-ray détermined ash content" - Human Biol., pp. 262-270, 31 (1959)

Weir J. B. de V., Belle G. H. et Chambers J. W., "The strength and elasticity of bone in rats on a rachitogenic diet" - J. Bone and Joint Surg., pp. 444-451, 31 B(1949).

West E. S., Todd W. R., Mason H. S. et Bruggen J. T. V.n "Textbook of Biochem.", The Macmillan CO., 1966.

Yonath J. et Oplatka A., "Mechanochemical Melting of collagen fibers 1- Mechanical contraction" - Biopolymers, pp. 1129 - 1145, 6 (1968)